

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD
 PD Dr. Kathy Lüdge, Judith Lehnert, Andrea Vüllings,
 Samuel Brem, Zeynep Cetinkaya, Jurijs Grecenkovs

2. Übungsblatt – Mathematische Methoden

Abgabe: Mo. 29.04.2013 14:00 Uhr, Briefkasten im ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweier- oder Dreiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an. Kreuzen Sie am Beginn des Tutoriums die mündlichen Aufgaben an, die Sie bearbeitet haben und an der Tafel vorrechnen können.

Aufgabe 4: (mündlich) Fall mit Luftwiderstand: Newtonsche Reibung

Für den Fall mit Luftwiderstand gilt das Weg-Zeit-Gesetz

$$s(t) = \frac{\tilde{v}^2}{g} \ln \left[\cosh \left(\frac{gt}{\tilde{v}} \right) \right],$$

wobei $s(t)$ der zurückgelegte Weg, g die Erdbeschleunigung und \tilde{v} konstant ist.

- Berechnen Sie $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t)$ mit $v(t) = \frac{ds}{dt}$.
- Bestimmen Sie eine möglichst einfache Näherungsformel für $s(t)$ für kleine Werte von t .
- Interpretieren Sie die Größe \tilde{v} !

Aufgabe 5 (5 Punkte): Taylorreihen und Taylorpolynome (schriftlich, 1+2+2=5 Punkte)

Funktionen $f(x)$ lassen sich nach Potenzen $\{1, (x - x_0), (x - x_0)^2, \dots\}$ in eine Taylorreihe

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$$

mit den Koeffizienten a_k um den Punkt x_0 entwickeln.

- Zeigen Sie, dass die Koeffizienten a_k durch den Ausdruck

$$a_k = \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

gegeben sind, wobei $f^{(k)}(x_0)$ die k -te Ableitung an der Stelle $x = x_0$ ist.

Hinweis: Berechnen Sie $f^{(k)}(x_0)$ und vergleichen Sie mit obiger Formel.

- Berechnen Sie das Taylorpolynom n -ten Grades $f_n(x)$

$$f_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k$$

von $f(x) = 1/\sqrt{1 \pm x^2}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ bis zur Ordnung $n = 2$.

- Berechnen Sie das Taylorpolynom 3-ten Grades von $f(x) = e^x \sin x$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = \pi/2$.

Bitte Rückseite beachten! →

2. Übung SoSe13

Aufgabe 6 (5 Punkte): Ferromagneten (schriftlich, 2+0.5+2.5=5 Punkte)

Bei einem Ferromagneten kann die Magnetisierung M ohne externe magnetische Induktion B für Temperaturen $T < T_C$ erhalten bleiben. Die Ursache dafür ist die Spin-Spin-Wechselwirkung der Elektronen im Ferromagneten, welche eine interne magnetische Induktion αM ($\alpha > 0$) aufrecht erhält. Die Magnetisierung M kann bei vorgegebener externer magnetischer Induktion B durch die folgende Selbstkonsistenzgleichung berechnet werden:

$$\operatorname{artanh}\left(\frac{M}{\mu_B\mu_0}\right) = \frac{\mu_B}{k_B T}(B + \alpha M).$$

Hier ist μ_B das Bohrsche Magneton, μ_0 die magnetische Feldkonstante, k_B ist die Boltzmann-Konstante und T ist die Temperatur.

- (a) Entwickeln Sie die linke Seite der Gleichung oben für kleine M und bringen Sie die resultierende Gleichung in die Form:

$$B = aM + bM^3.$$

Ermitteln Sie die Koeffizienten a und b .

- (b) Bringt man den Koeffizienten a in die Form

$$a = \alpha \left(\frac{T}{T_C} - 1 \right),$$

so kann man die kritische Temperatur T_C ablesen. Geben Sie T_C an.

- (c) Stellen Sie nun qualitativ B in Abhängigkeit von M für die zwei Fälle (i) $T < T_C$ und (ii) $T > T_C$ graphisch dar. Geben Sie für den Fall (i) und $B = 0$ die Lösungen für die Magnetisierung M an und stellen Sie fest, dass $M \neq 0$ möglich ist.

Allgemeine Informationen:

- Klausur: 12.07.13, Raum H 0104, Uhrzeit 8:00-10:00
- Aktuelle Informationen werden immer auf der Homepage bekannt gegeben:
(http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss13/pflichtveranstaltungen-_bachelorstudium/mathematische_methoden_der_physik).
- Die Homepage lässt sich nun auch über die Abkürzung: <http://www.itp.tu-berlin.de/?mm13> erreichen.

- Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Dr. Eckehard Schöll		n.V.	EW 735	23500
PD Dr. Kathy Lüdge	Di	14:00–15:00 Uhr	EW 741	23002
Dipl.-Phys. Judith Lehnert	DO	15:00–16:00 Uhr	ER 246	29048
M. Sc. Andrea Vüllings	Fr	14:00–15:00 Uhr	EW 632	22088
Samuel Brem	Mi	14:00–15:00 Uhr	EW 060	26143
Zeynep Cetinkaya	Mo	13:00–14:00 Uhr	EW 060	26143
Jurijs Grechenkovs	Mi	12:00–13:00 Uhr	EW 060	26143