

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD
 PD Dr. Kathy Lüdge, Judith Lehnert, Andrea Vüllings,
 Samuel Brem, Zeynep Cetinkaya, Jurijs Grecenkovs

7. Übungsblatt – Mathematische Methoden

Abgabe: Mo. 03.06.2013 14:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweier- oder Dreiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an. Kreuzen Sie am Beginn des Tutoriums die mündlichen Aufgaben an, die Sie bearbeitet haben und an der Tafel vorrechnen können.

Aufgabe 19: Fixpunkte (DGL) (mündlich 1+1+1+1=4 Punkte)

Lösen Sie die DGL $\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t)$ für die vier unten aufgeführten Matrizen. Bearbeiten Sie für alle vier Fälle die folgenden Punkte: Bestimmen und klassifizieren Sie die Fixpunkte. Skizzieren Sie die Lösung in der (x, y) -Ebene.

(a)

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Die Anfangsbedingung laute $\underline{x}(0) = (-3, -1)^T$.

(b)

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Anfangsbedingung laute $\underline{x}(0) = (0, 1)^T$.

(c)

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Die Anfangsbedingung laute $\underline{x}(0) = (1, 0)^T$.

(d)

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Die Anfangsbedingung laute $\underline{x}(0) = (1, 0)^T$.

Aufgabe 20 (3 Punkte): Inhomogene lineare DGL (schriftlich, 3 Punkte)

Lösen Sie die folgende DGL:

$$\dot{\underline{x}} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \underline{x} + e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Tipp: Raten Sie geschickt eine partikuläre Lösung.

Bitte Rückseite beachten! →

7. Übung SoSe13

Aufgabe 21 (7 Punkte): Lorentzkraft (schriftlich, 3+1+2+1=7 Punkte)

Auf ein Teilchen mit der Ladung q und der Masse m , das sich durch ein elektromagnetisches Feld bewegt, wirkt die Lorentzkraft:

$$\ddot{\underline{r}}(t) = \frac{q}{m}(\underline{E} + \dot{\underline{r}}(t) \times \underline{B}), \quad \text{Gl. (1)}$$

wobei \underline{E} das elektrische Feld und \underline{B} die magnetische Induktion ist. Der Vektor $\underline{r} = (x, y, z)^T$ beschreibt den Ort des Teilchens. Das Kreuzprodukt \times ist wie folgt definiert:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Nehmen Sie an, dass nur eine magnetische Induktion der Form $\underline{B} = (0, 0, 1)$ wirkt (also kein E-Feld). Bestimmen Sie die Bahnkurve $\underline{r}(t)$, indem Sie die durch Gl. (1) gegebene DGL lösen. Verwenden Sie als Anfangsbedingungen $\dot{\underline{r}} = (1, 0, 0)$ und $\underline{r} = (0, m/q, 0)$.
- (b) Beschreiben Sie in Worten oder durch ein kleine Skizze, welche Bahn das Teilchen beschreibt. Unterscheiden Sie die Fälle eines negativ und eines positiv geladenen Teilchens.
- (c) Nehmen Sie nun an, dass zusätzlich noch ein elektrisches Feld der Form $\underline{E} = (1, 0, 0)$ wirkt. Lösen Sie nun erneut die durch Gl. (1) gegebene DGL. Verwenden Sie als Anfangsbedingungen $\dot{\underline{r}} = (1, -1, 0)$ und $\underline{r} = (0, m/q, 0)$.
- (d) Beschreiben Sie wieder in Worten oder durch eine kleine Skizze die Bahn des Teilchens. Unterscheiden Sie wie in (b) zwischen negativ und positiv geladenen Teilchen.

Allgemeine Informationen:

- Klausur: 12.07.13, Raum H 0104, Uhrzeit 8:00-10:00
- Aktuelle Informationen werden immer auf der Homepage bekannt gegeben: (<http://www.itp.tu-berlin.de/?mm13>).

• Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Dr. Eckehard Schöll		n.V.	EW 735	23500
PD Dr. Kathy Lüdge	Di	14:00–15:00 Uhr	EW 741	23002
Dipl.-Phys. Judith Lehnert	DO	15:00–16:00 Uhr	ER 246	29048
M. Sc. Andrea Vüllings	Fr	14:00–15:00 Uhr	EW 632	22088
Samuel Brem	Mi	14:00–15:00 Uhr	EW 060	26143
Zeynep Cetinkaya	Fr	11:00–12:00 Uhr	EW 060	26143
Jurijs Greckenovs	Mi	12:00–13:00 Uhr	EW 060	26143