

Prof. Dr. Andreas Knorr

Mathias Hayn, Marc Hennes, Helge Neitsch, Jan F. Tötz, Kilian Kuhla, Anke Zimmermann

3. Übungsblatt – Quantenmechanik I**Abgabe: Fr. 3. 5. 2013 bis 11:00 Uhr im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium an.

Aufgabe 6 (15 Punkte): Kommutatoren, Operatoren

- (a) Benutzen Sie die Definition des Kommutators, $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$, um zu zeigen, dass für drei beliebige Operatoren \hat{A} , \hat{B} und \hat{C} gilt:

$$(i) [\hat{A}, \hat{B}\hat{C}] = \hat{B}[\hat{A}, \hat{C}] + [\hat{A}, \hat{B}]\hat{C} \text{ und } [\hat{A}\hat{B}, \hat{C}] = \hat{A}[\hat{B}, \hat{C}] + [\hat{A}, \hat{C}]\hat{B},$$

$$(ii) [\hat{A}, \hat{B}]^\dagger = -[\hat{A}^\dagger, \hat{B}^\dagger].$$

Dabei ist \hat{A}^\dagger der zu \hat{A} adjungierte Operator.

Betrachten Sie nun die Operatoren

$$\hat{T} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m}, \quad \hat{V} = -\frac{\hbar c \alpha}{\hat{r}}, \quad \hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{r}} + i\gamma\hat{\mathbf{p}}, \quad \text{und} \quad \hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{p}} = \sum_{i,j,k=1}^3 \varepsilon_{ijk} \hat{r}_i \hat{p}_j \mathbf{e}_k, \quad (1)$$

mit dem Orts- und Impulsoperator $\hat{\mathbf{r}}$ und $\hat{\mathbf{p}}$, mit $[\hat{r}_i, \hat{p}_j] = i\hbar \delta_{ij}$, $[\hat{r}_i, \hat{r}_j] = 0$, $[\hat{p}_i, \hat{p}_j] = 0$; den Konstanten m , \hbar , c , α und γ ; dem Levi-Civita-Symbol ε_{ijk} ; und dem Einheitsvektor \mathbf{e}_k in die k -te Raumrichtung.

Ein Operator \hat{A} heißt hermitesch, falls er für zwei beliebige Wellenfunktionen $\psi(\mathbf{r})$ und $\varphi(\mathbf{r})$ die Relation $(\psi, \hat{A}\varphi) = (\hat{A}\psi, \varphi)$ erfüllt. Dabei ist $(\psi, \varphi) = \int_{\mathbb{R}^3} \psi^*(\mathbf{r}) \varphi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ das Skalarprodukt der Zustände ψ und φ .

- (b) Welche der oberen vier Operatoren sind hermitesch?
- (c) Berechnen Sie die Kommutatoren $[\hat{L}_i, \hat{p}_\ell]$, $[\hat{L}_i, \hat{p}_\ell^2]$ und $[L_i, \hat{\mathbf{p}}^2]$. Kommutiert $\hat{\mathbf{L}}$ mit \hat{T} ?
- (d) Berechnen Sie die Kommutatoren $[\hat{L}_i, \hat{r}_\ell]$, $[\hat{L}_i, \hat{r}_\ell^2]$ und $[L_i, \hat{\mathbf{r}}^2]$.
- (e) Zeigen Sie, dass \hat{L}_i mit \hat{V} kommutiert.
- (f) Zeigen Sie, dass $\hat{\mathbf{L}}$ die Kommutator-Algebra $[\hat{L}_i, \hat{L}_j] = i\hbar \sum_{k=1}^3 \varepsilon_{ijk} \hat{L}_k$ erfüllt.

Wir definieren einen Operator \hat{a} über die Kommutatorrelation $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$.

- (g) Berechnen Sie die Kommutatoren $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger \hat{a}]$, $[\hat{a}, (\hat{a}^\dagger \hat{a})^2]$ und $[\hat{a}^n, \hat{a}^\dagger \hat{a}]$, mit $n \in \mathbb{N}$.

3. Übung TPII SS13

Vorlesung: Di. um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201,
Mi. um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201.

Website: http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss13/pflichtveranstaltungen-_bachelorstudium/theoretische_physik_ii_quantenmechanik/

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- R. P. Feynman: „Vorlesungen über Physik - Band III - Quantenmechanik“
- T. Fließbach: „Quantenmechanik“
- F. Schwabl: „Quantenmechanik - Eine Einführung“
- W. Greiner: „Quantenmechanik - Einführung“
- R. Shankar: „Principles of Quantum Mechanics“
- J. J. Sakurai: „Modern Quantum Mechanics“
- N. Zettili: „Quantum Mechanics - Concepts and Applications“

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Dr. Andreas Knorr	Di	13:00 – 14:00 Uhr	EW 742	24255
Mathias Hayn	Mi	14:00 – 15:00 Uhr	EW 711	27884
	Fr	11:00 – 12:00 Uhr		
Marc Hennes	Mi	13:00 – 14:00 Uhr	EW 702	
Helge Neitsch	Fr	10:00 – 11:00 Uhr	EW 269	28852
Jan F. Totz	Mi	13:30 – 14:30 Uhr	EW 627	27681
Kilian Kuhla	Di	11:00 – 12:00 Uhr	EW 60	26143
Anke Zimmermann	Mi	11:30 – 12:30 Uhr	EW 60	26143