

Prof. Dr. Sabine Klapp,
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Dipl.-Phys. Ken Lichtner, M. Sc. Jan Totz, Kilian Kuhla

6. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Mo. 01.06.2014 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 16 (9 Punkte): Druckensemble

In der Vorlesung wurde ausgehend vom mikrokanonischen Ensemble die Verteilungsfunktion für ein System in Kontakt mit einem Wärmebad bzw. einem Wärme- und Teilchenbad abgeleitet. Dies führte auf das kanonische bzw. das großkanonische Ensemble. In dieser Aufgabe sollen Sie die Verteilungsfunktion für ein System in Kontakt mit einem Wärme- und *Volumen*bad aufstellen. Es gibt also zwei Systeme (1 und 2), welche in thermischen Kontakt stehen und welche durch eine bewegliche Wand voneinander getrennt sind. Diese Wand ist für Teilchen der beiden Systeme jedoch nicht durchlässig. Das entsprechende Ensemble wird als Druckensemble bezeichnet.

- (a) Wie lauten die Gleichgewichtsbedingungen für die beiden Teilsysteme 1 und 2? (0.5 Punkte)
- (b) Wie lautet die mikrokanonische Verteilungsfunktion ρ_{Ges} für das Gesamtsystem bestehend aus beiden Teilsystemen? Wie erhält man die reduzierte Verteilungsfunktion ρ_1 *nur* für das System 1 und wie sieht diese aus? (1 Punkt)
- (c) Nehmen Sie nun an, dass das System 2 *viel größer* ist, als das System 1. Leiten Sie unter dieser Voraussetzung und mit Hilfe der reduzierten Verteilungsfunktion aus Aufgabenteil (b) die Verteilungsfunktion ρ_p für das System 1 her. Gehen Sie dabei analog vor, wie bei der Herleitung des kanonischen und großkanonischen Ensembles in der Vorlesung. Normieren Sie schließlich noch ρ_p , so dass der Vorfaktor nicht von Γ_1 und V_1 abhängt. Wie lautet die Zustandssumme Z_p in diesem Druckensemble? (3 Punkte)
- (d) Benutzen Sie die Verteilungsfunktion ρ_p um einen allgemeinen Ausdruck für das mittlere Volumen $\langle V \rangle$ und die mittleren Fluktuationen des Volumens $\langle (\Delta V)^2 \rangle = \langle V^2 \rangle - \langle V \rangle^2$ in einem Druckensemble zu berechnen. Stellen Sie dabei $\langle V \rangle$ durch Z_p und $\langle (\Delta V)^2 \rangle$ durch die isotherme Kompressibilität $\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{T,N}$ dar. (1.5 Punkte)

Aufgabe 17 (5 Punkte): Barometrische Höhenformel

1) Ein ideales Gas aus N Atomen im Volumen V befinde sich bei der Temperatur T in einem äußeren Potential \hat{V} :

$$(1) \quad H(q, p) = T(p) + \hat{V}(q) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^2}{2m} + v(r_i) \right)$$

wobei r_i die Position des i -ten Atoms bezeichnet.

Berechnen Sie die Ortsabhängigkeit der Teilchendichte $n(r)$ (Barometrische Höhenformel).

Hinweis:

6. Übung TPIV SS14

$$(2) \quad n(r) = \left\langle \sum_{i=1}^N \delta(r - r_i) \right\rangle$$

2) Das äußere Potential \hat{V} sei speziell das Schwerfeld der Erde. Berechnen Sie, wie sich der Gasdruck mit der Höhe über dem Erdboden ändert.

Aufgabe 18 (6 Punkte): Laseremissionsspektrum

In einem Kasten von Volumen V befindet sich bei der Temperatur T ein Gas aus N Atomen gleicher Masse m . Die Atome befinden sich zunächst in einem angeregten Zustand. Sie emittieren beim Übergang in den Grundzustand Licht, das in z-Richtung mit einem Spektrometer beobachtet wird. Ein ruhendes Atom würde in eine einzige scharfe Energie E_0 aussenden. Aufgrund des Doppler-Effektes und der endlichen Temperatur T empfängt der Zähler ein Energieband mit einer Intensitätsverteilung $I(E)$. Berechnen Sie

- die mittlere Energie $\langle E \rangle$ des beobachteten Lichtes.
- die mittlere quadratische Energieabweichung $\sigma_E = \sqrt{\langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle}$ des beobachteten Lichtes.
- die Intensitätsverteilung $I(E)$.

Vorlesung: Mi. um 12:15 Uhr – 13:45 Uhr in EW 203,
Fr. um 8:30 Uhr – 10:00 Uhr in EW 203.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien (mindestens einmal vorrechnen).
- Bestandene Klausur.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- M. Plischke, B. Bergersen, Equilibrium Statistical Physics, (World Scientific)
- W. Nolting, Theoretische Physik 6, (Springer)
- F. Schwabl, Statistische Mechanik, (Springer)
- L. D. Landau, E. M. Lifschitz, Statistische Physik (Akademie Verlag)
- D. Wu, D. Chandler, Introduction to Modern Statistical Mechanics, (Oxford)
- L. E. Reichel, A Modern Course in Statistical Physics, (Edward Arnold LTD)

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Sabine Klapp	Di	12:15 – 13:00 Uhr	EW 707	23763
Arash Azhand	Do	15:15 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Ken Lichtner	Mi	15:15 – 16:00 Uhr	EW 266	28849
Jan Totz	Do	15:15 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Kilian Kuhla	Di	13:15 – 14:00 Uhr	EW 60/61	26143