

Prof. Dr. Sabine Klapp,
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Dipl.-Phys. Ken Lichtner, M. Sc. Jan Totz, Kilian Kuhla

9. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Mo. 23.06.2014 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 25 (7 Punkte): Von der statistischen Physik zur Thermodynamik

In einem D -dimensionalen Volumen L^D befinden sich N zweiatomige Moleküle. Die Hamilton-Funktion eines Moleküls innerhalb dieses Volumens sei

$$H(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \frac{\mathbf{p}_1^2 + \mathbf{p}_2^2}{2m} + \frac{1}{2}U |\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2|^2 / r_0^2. \quad (1)$$

Es gilt $U > 0, r_0 > 0, L/r_0 \gg 1$. Das System hat die Temperatur T .

- (a) Zeigen Sie, dass die kanonische Zustandssumme eines Moleküls durch $Z_1 = \left(\frac{r_0 L}{\lambda_T^2}\right)^D \left(\frac{2\pi}{\beta U}\right)^{D/2}$ gegeben ist. (2 Punkte)
- (b) Bestimmen Sie die kalorische, $E = E(T, V, N)$, und die thermische, $p = p(T, V, N)$, Zustandsgleichung. Diskutieren Sie die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zum idealen Gas. (2 Punkte)
- (c) Zeigen Sie, dass für die Adiabatangleichung dieses Systems $pV^{1+1/f} = \text{konst.}$, mit $f = \frac{3D}{2}$, gilt. (0.5 Punkte)

Das Medium dieses Systems dient als Arbeitssubstanz in dem folgendem Kreisprozess entlang der vier Punkte 1 bis 4 im $p - V$ -Diagramm: 1 \rightarrow 2, isotherme Expansion vom Volumen V_1 auf das Volumen V_2 ; 2 \rightarrow 3, isochore Abkühlung von der Temperatur T_1 auf die Temperatur T_2 ; 3 \rightarrow 4, isotherme Kompression; 4 \rightarrow 1, isochore Erwärmung.

- (d) Skizzieren Sie diesen Kreisprozess im $p - V$ -Diagramm. (0.5 Punkte)
- (e) Zeigen Sie, dass der Wirkungsgrad dieses Kreisprozesses durch

$$\eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \left/ \left(1 + \frac{T_1 - T_2}{T_1} \frac{f}{\ln \frac{V_2}{V_1}}\right) \right. \quad (2)$$

gegeben ist. (2 Punkte)

Aufgabe 26 (7 Punkte): Thermodynamische Prozesse

In dieser Aufgabe sollen vier verschiedene thermodynamische Prozesse zwischen den Punkten A und B im $p - V$ -Diagramm betrachtet werden. Der Punkt A ist durch den Druck p_A , das Volumen V_A , sowie die Temperatur T_A charakterisiert; entsprechend definiert das Tripel der Zustandsvariablen (p_B, V_B, T_B) den Punkt B. Die vier Prozesse sind durch

- (1) Isobare von A nach C, Isochore von C nach B,
- (2) Isotherme von A nach E, Isochore von E nach B,

9. Übung TPIV SS14

(3) Adiabate von A nach B und

(4) Isochore von A nach D, Isobare von D nach B

gegeben und sollen alle quasistatisch ablaufen. Als Arbeitssubstanz dient ein ideales Gas.

(a) Skizzieren Sie alle vier Prozesse in einem $p - V$ -Diagramm. (0.5 Punkte)

(b) Berechnen Sie explizit die Wärmemenge $\Delta Q^{(n)}$, die vom System geleistete Arbeit $\Delta W^{(n)}$, die Änderung der inneren Energie $\Delta E^{(n)}$ und die Änderung der Entropie $\Delta S^{(n)}$ entlang der vier Wege ($n = 1, 2, 3, 4$). Drücken Sie Ihre Ergebnisse nur durch die Zustandsvariablen der Punkte A und B aus. (4.5 Punkte)

(c) Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse. (2 Punkte)

Erinnerung: Die thermische und die kalorische Zustandsgleichung sind durch $pV = (C_p - C_V)T$, bzw. $E = C_V T$ gegeben. Eine Adiabategleichung lautet $pV^\kappa = konst.$, mit $\kappa = C_p/C_V > 1$.

Aufgabe 27 (6 Punkte): Maxwell-Relationen und Determinantenkalkül

Das Determinantenkalkül für zwei Funktionen u und v , definiert durch

$$\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{vmatrix},$$

besitzt die folgenden Eigenschaften:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \frac{\partial(v, u)}{\partial(x, y)} &= -\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)}, & \text{(ii)} \quad \frac{\partial(u, y)}{\partial(x, y)} &= \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_y, \\ \text{(iii)} \quad \frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} &= \frac{\partial(u, v)}{\partial(t, s)} \cdot \frac{\partial(t, s)}{\partial(x, y)}, & \text{(iv)} \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} &= \frac{\partial(\dot{u}, v)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(u, \dot{v})}{\partial(x, y)}. \end{aligned}$$

Zeigen Sie damit die folgenden Relationen:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S &= -\frac{T}{c_V} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V, \\ \text{(b)} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S &= \frac{T}{c_P} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \\ \text{(c)} \quad \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S &= \frac{c_V}{c_P} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T. \end{aligned}$$

Prof. Dr. Sabine Klapp,
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Dipl.-Phys. Ken Lichtner, M. Sc. Jan Tötz, Kilian Kuhla

Vorlesung: Mi. um 12:15 Uhr – 13:45 Uhr in EW 203,
Fr. um 8:30 Uhr – 10:00 Uhr in EW 203.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien (mindestens einmal vorrechnen).
- Bestandene Klausur.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- M. Plischke, B. Bergersen, Equilibrium Statistical Physics, (World Scientific)
- W. Nolting, Theoretische Physik 6, (Springer)
- F. Schwabl, Statistische Mechanik, (Springer)
- L. D. Landau, E. M. Lifschitz, Statistische Physik (Akademie Verlag)
- D. Wu, D. Chandler, Introduction to Modern Statistical Mechanics, (Oxford)
- L. E. Reichel, A Modern Course in Statistical Physics, (Edward Arnold LTD)

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Sabine Klapp	Di	12:15 – 13:00 Uhr	EW 707	23763
Arash Azhand	Do	15:15 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Ken Lichtner	Mi	15:15 – 16:00 Uhr	EW 266	28849
Jan Tötz	Do	15:15 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Kilian Kuhla	Di	13:15 – 14:00 Uhr	EW 60/61	26143