VL: Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD
UE: Dr. Anna Zakharova, M.Sc. Jan Totz

Projekte zur Nichtlineare Dynamik und Kontrolle

Durchführung

Die Projekte stellen Aufgaben aus aktuellen Forschungsfeldern der Nichtlinearen Dynamik und Kontrolle dar und können nach eigenen Vorstellungen bearbeitet werden (Numerik, Analytik, Zusammenfassung der Literatur ...). Die in jeder Projektbeschreibung aufgeführten Punkte können als Leitfaden dienen, Sie können aber auch in Absprache mit den BetreuerInnen eigene Ideen verfolgen.
Die Projekte sind so konzipiert, dass die Bearbeitung mit der angegebenen Literatur und dem Wissen aus der Vorlesung möglich ist. Bei einigen Projekten werden allerdings besondere Vorkenntnisse benötigt (z.B. Mathematica, Python).
Zur vollständigen Bearbeitung gehören folgende Punkte:

1. Bearbeitung des Projekts in Gruppen von 3 Studierenden.

2. Präsentation der Ergebnisse in einem 15 minütigen Kurzvortrag (+ 5 Minuten Diskussion) in der vorletzten Vorlesungswoche am 7.-9. Juli 2015. Wichtig ist hierbei in erster Linie die verständliche Darstellung. Beschränken Sie sich deshalb auf die zum Verständnis wesentlichen Punkte.

3. Abgabe einer schriftlichen Ausarbeitung mit vollständiger Dokumentation der Lösungswege und vollständigen Quellenangaben bis zum 17.07.2015. Auch hier steht die Verständlichkeit und übersichtliche Darstellung im Vordergrund. Der Umfang der Ausarbeitung soll fünf bis zehn Seiten umfassen.

Während der gesamten Bearbeitungszeit stehen Ihnen die BetreuerInnen des jeweiligen Projektes für Fragen zur Verfügung. Bitte machen Sie individuell Termine mit den Betreuenden aus.

Projekt 1: *Chaoskontrolle in autonomen Laufrobotern*

Betreuer/in: Jan F. Totz, jantotz@itp.tu-berlin.de, EW 627

In der Vorlesung haben wir verschiedene Methoden zur Kontrolle von chaotischen Systemen kennengelernt. Eine leistungsstarke Methode bildet dabei die zeitverzögerte Rückkopplung [1]. Aufbauend auf diesem Kontrollverfahren wurde an der Universität Göttingen eine autonome Robotersteuerung entwickelt [2, 3]. Diese ermöglicht es, mittels eines einfachen chaotischen Systems und seiner Kontrolle zwischen verschiedenen Gangarten zu wechseln. Mittlerweile wurde diese Technik erweitert, so dass der Laufroboter sogar Beschädigungen an den Beinen selbstständig kompensieren kann [4]. Bearbeiten Sie folgende Punkte:

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema mit der angegebenen Literatur und den in ihnen enthaltenen weiterführenden Referenzen durch.
- Programmieren Sie das chaotische System aus Ref. [2] inklusive des Kontrollverfahrens und stabilisieren Sie periodische Orbits verschiedener Periode.
- Diskutieren Sie, wie die Kontrolle genutzt wird, um verschiedene Gangarten zu steuern, und weitere Aspekte der Steuerung wie Optimierung, Lernverhalten etc. (Ref. [2]).
- Erläutern Sie, wie es den Göttingern gelang, einen stabilen Gang trotz eines zerstörten Beines zu realisieren (Ref. [4]).

Literatur

[1] K. Pyragas: *Continuous control of chaos by self-controlling feedback*, Phys. Lett. A **170**, 421 (1992).

[2] S. Steingrube, M. Timme, F. Wörgötter, and P. Manoonpong: *Self-organized adaptation of a simple neural circuit enables complex robot behaviour*, Nat. Phys. **6**, 224 (2010).

[3] E. Schöll: *Chaos control sets the pace*, Nature **6**, 161 (2010).

[4] G. Ren, W. Chen, S. Dasgupta, C. Kolodziejski, F. Wörgötter, and P. Manoonpong: *Multiple chaotic central pattern generators with learning for legged locomotion and malfunction compensation*, Information Sciences **294**, 666 (2015).

Projekt 2: *Synchronisation in Netzwerken: Master Stability Function und Permutationssymmetrien*

Betreuer/in: Jan F. Totz, jantotz@itp.tu-berlin.de, EW 627

In vielen natürlichen und technischen Netzwerken tritt Synchronisation auf: Im Gehirn ist Synchronisation Bestandteil vieler kognitiver Prozesse, kann aber auch pathologisch werden, beispielsweise bei Parkinson oder Epilepsie. Zur Anwendung in der Kryptographie wird chaotische Synchronization von Lasern untersucht. Die hohe Dimension des Phasenraums - bedingt durch die große Anzahl von Knoten - macht numerische Untersuchungen der Stabilität schnell aufwändig. Die master stability function (MSF) erlaubt die Reduzierung auf ein System von der Dimension eines einzelnen Netzwerkknoten [1, 2, 3] und ermöglicht es so, Dynamik und Topologie getrennt voneinander zu betrachten. Kürzlich hat sich herausgestellt [4], dass sich mithilfe der MSF nicht nur der globale Synchronisationszustand eines Netzwerkes untersucht lässt. Unter Zuhilfenahme von Netzwerksymmetrien [5], lässt sich ein Netzwerk in Cluster unterteilen, deren Stabilität unabhängig voneinander analysiert werden kann.
Bearbeiten Sie folgende Punkte:

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema mit der angegebenen Literatur und den in ihnen enthaltenen weiterführenden Referenzen durch.
- Arbeiten Sie die Unterschiede und Gemeinsamkeiten von kontinuierlichen und diskreten Symmetrien heraus. [5]
- Welchen Einfluss haben Symmetrien auf die Netzwerkdynamik? Erläutern Sie den Unterschied zwischen globaler, isolierter und gemeinsamer Synchronisation. [4]
- Berechnen Sie die MSF für die in Ref. [4] verwendete Map und wenden Sie sie auf die vorgestellten Netzwerke an.
- Berechnen Sie außerdem die MSF für die Symmetrie-Cluster des Netzwerkes mit 5 Clustern.
- Simulieren Sie Beispiele für die verschiedenen Synchronisationstypen direkt und überprüfen Sie so Ihre Ergebnisse.

Literatur

[1] L. M. Pecora and T. L. Carroll: *Master Stability Functions for Synchronized Coupled Systems*, Phys. Rev. Lett. **80**, 2109 (1998).

[2] S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. Chavez, and D. U. Hwang: *Complex networks: Structure and dynamics*, Phys. Rep. **424**, 175 (2006).

[3] A. J. Lehnert: *Controlling Synchronization Patterns in Complex Networks*, PhD, TU Berlin (2015).

[4] L. M. Pecora, F. Sorrentino, A. M. Hagerstrom, T. E. Murphy, and R. Roy: *Cluster synchronization and isolated desynchronization in complex networks with symmetries*, Nat. Commun. **5**, 4079 (2014).

[5] D. Garlaschelli, F. Ruzzenenti, and R. Basosi: *Complex Networks and Symmetry I: A Review*, Symmetry **2**, 1683 (2010).

Projekt 3: *Phasenoszillatoren mit Zeitverzögerung*

Betreuer/in: Jan F. Totz, jantotz@itp.tu-berlin.de, EW 627

Gekoppelte Oszillatoren lassen sich für schwache Kopplungsstärken durch gekoppelte Phasenoszillatoren beschreiben. Diese einfachen Gleichungen ermöglichen es, komplizierte Oszillationsphänomene in der Natur zu verstehen und zu erklären [1, 2, 3] und haben vielfältige Anwendungen.

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema mit der angegebenen Literatur und den in ihnen enthaltenen weiterführenden Referenzen durch. [4, 5]
- Wie bildet man einen allgemeinen Relaxationsoszillator auf einen Phasenoszillator ab? Welche Näherungen werden gemacht?
- Welche Rolle spielen Frequenzverteilung, Zeitverzögerung, Phasen-Frustrationsparameter und Rauschen im Phasenoszillator-Model?
- Erklären Sie die Bedeutung des Kuramoto-Phasenüberganges und des Kuramoto-Ordnungsparameters am Beispiel der Millenium-Brücke. [6]
- Wie beeinflusst die Zeitverzögerung den Phasenübergang? [7]
- Konzentrieren Sie sich auf eine Anwendung z.B. Josephson-Junctions [3, 8], Synchronization von Glühwürmchen oder elektrochemische Oszillatoren [9]. Welche Neuerungen beobachten Sie unter Verwendung von zeitverzögerter Kopplung?

Literatur

[1] Y. Kuramoto: *Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence* (Springer-Verlag, 1984).

[2] S. H. Strogatz and I. Stewart: *Coupled Oscillators and Biological Synchronization*, Sci. Am. **269**, 102 (1993).

[3] S. H. Strogatz: *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering* (Westview Press, 1994).

[4] F. Dörfler and F. Bullo: *Synchronization in complex networks of phase oscillators: A survey*, Automatica **50**, 1539 (2014).

[5] S. H. Strogatz: *From Kuramoto to Crawford: exploring the onset of synchronization in populations of coupled oscillators*, Physica D **143**, 1 (2000).

[6] S. H. Strogatz, D. M. Abrams, A. McRobie, B. Eckhardt, and E. Ott: *Theoretical mechanics: Crowd synchrony on the Millennium Bridge*, Nature **438**, 43 (2005).

[7] M. K. S. Yeung and S. H. Strogatz: *Time Delay in the Kuramoto Model of Coupled Oscillators*, Phys. Rev. Lett. **82**, 648 (1999).

[8] A. Pikovsky, M. Rosenblum, and J. Kurths: *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences* (Cambridge University Press, 2001).

[9] I. Z. Kiss, Y. Zhai, and J. L. Hudson: *Predicting Mutual Entrainment of Oscillators with Experiment-Based Phase Models*, Phys. Rev. Lett. **94**, 248301 (2005).

Projekt 4: *Kontrolle von Chimera-Zuständen*

Betreuer/in: Jan F. Totz, jantotz@itp.tu-berlin.de, EW 627

Chimera-Zustände existieren auf Netzwerken identischer Oszillatoren mit nichtlokaler Kopplung und sind durch die räumliche Koexistenz von Bereichen mit kohärenten (synchronisierten) und inkohärenten (desynchronisierten) Oszillatoren charakterisiert [1, 2, 3, 4]. Sie wurden erst vor wenigen Jahren experimentell in unterschiedlichen physikalischen und chemischen Systemen gefunden [5, 6]. Kürzlich wurde eine Methode zur Steuerung der Position von Chimera-Zuständen auf Ring-Netzwerken von Phasenoszillatoren beschrieben. [7]
Bearbeiten Sie folgende Punkte:

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema mit der angegebenen Literatur und den in ihnen enthaltenen weiterführenden Referenzen durch.
- Arbeiten Sie die wichtigen Details zur Charakterisierung von Chimera-Zuständen aus, bspw. Frequenzverteilung, lokaler Ordnungsparameter.
- Vergleichen Sie die in [7] vorgestellte Kontrollmethode und ordnen Sie diese in den Kontext der in der Vorlesung vorgestellten Kontrollvarianten ein.
- Vollziehen Sie die Rechnungen in [7] nach. Wieso kommt es zu einer Bewegung? Wie robust ist die Kontrolle?
- Simulieren Sie den kontrollierten Chimera-Zustand selbst.

Literatur

[1] Y. Kuramoto and D. Battogtokh: *Coexistence of Coherence and Incoherence in Nonlocally Coupled Phase Oscillators*, Nonlinear Phenom. Complex Syst. **4**, 380 (2002).

[2] D. M. Abrams and S. H. Strogatz: *Chimera States for Coupled Oscillators*, Phys. Rev. Lett. **93**, 174102 (2004).

[3] M. J. Panaggio and D. M. Abrams: *Chimera states: Coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators*, Nonlinearity **28**, R67 (2015).

[4] A. Zakharova, M. Kapeller, and E. Schöll: *Chimera death: Symmetry breaking in dynamical networks*, Phys. Rev. Lett. **112**, 154101 (2014).

[5] A. M. Hagerstrom, T. E. Murphy, R. Roy, P. Hövel, I. Omelchenko, and E. Schöll: *Experimental observation of chimeras in coupled-map lattices*, Nat. Phys. **8**, 658 (2012).

[6] M. R. Tinsley, S. Nkomo, and K. Showalter: *Chimera and phase-cluster states in populations of coupled chemical oscillators*, Nat. Phys. **8**, 662 (2012).

[7] C. Bick and E. A. Martens: *Controlling chimeras*, New J. Phys. **17**, 033030 (2015).

Projekt 5: *Amplitude chimera states with complex coupling constant*

Betreuer/in: Anna Zakharova

Chimera states correspond to the situation when an ensemble of identical elements self-organizes into two coexisting and spatially separated domains with dramatically different behavior, i.e., spatially coherent and incoherent oscillations [1]. They have been the subject of intensive theoretical investigations since 2002. Experimental evidence of chimeras, however, has only recently been provided for optical, chemical, mechanical, electronic, and electrochemical systems. These peculiar hybrid states may also account for the observation of partial synchrony in neural activity, like unihemispheric sleep, i.e., the ability of some birds or dolphins to sleep with one half of their brain while the other half remains aware. Moreover, chimera states can be also applied to the investigation of ventricular fibrillation, power grids, social and neural systems. In this project a special type of chimera states - amplitude chimera - will be investigated [2]. The aim of the project is to understand how amplitude chimeras behave in the presence of complex coupling.
The following steps will be taken:

- Literature study on chimera states
- Familiarize with the model of Stuart-Landau oscillator:

$$\dot{z} = f(z) \equiv (\lambda + i\omega - |z|^2)z, \tag{1}$$

  where $z = re^{i\phi} = x + iy \in \mathbb{C}$, $\lambda, \omega \in \mathbb{R}$.

- Study a ring of N nonlocally coupled Stuart-Landau oscillators:

$$\dot{z}_j = f(z_j) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{k=j-P}^{j+P} (\mathrm{Re} z_k - \mathrm{Re} z_j), \tag{2}$$

  where $j = 1, 2, ..., N$. The coupling parameters, which are identical for all links, are the coupling strength $\sigma \in \mathbb{C}$ and the coupling range P/N, where P corresponds to the number of nearest neighbors in each direction on a ring. The complex coupling constant $\sigma = Ke^{i\beta}$ is characterized by amplitude K and phase β.

- Start with the case of $\beta = 0$ and reproduce the results (snapshots, space-time plots, phase portraits) obtained in [2].
- Investigate the role of the coupling phase parameter β on amplitude chimeras.

Literatur

[1] M. J. Panaggio and D. M. Abrams: *Chimera states: Coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators*, Nonlinearity **28**, R67 (2015).

[2] A. Zakharova, M. Kapeller, and E. Schöll: *Chimera death: Symmetry breaking in dynamical networks*, Phys. Rev. Lett. **112**, 154101 (2014).

Projekt 6: *Amplitude chimera states with amplitude-phase coupling*

Betreuer/in: Anna Zakharova

Chimera states correspond to the situation when an ensemble of identical elements self-organizes into two coexisting and spatially separated domains with dramatically different behavior, i.e., spatially coherent and incoherent oscillations [1]. They have been the subject of intensive theoretical investigations since 2002. Experimental evidence of chimeras, however, has only recently been provided for optical, chemical, mechanical, electronic, and electrochemical systems. These peculiar hybrid states may also account for the observation of partial synchrony in neural activity, like unihemispheric sleep, i.e., the ability of some birds or dolphins to sleep with one half of their brain while the other half remains aware. Moreover, chimera states can be also applied to the investigation of ventricular fibrillation, power grids, social and neural systems. In this project a special type of chimera states - amplitude chimera - will be investigated [2]. It has been shown in theory and experiments that amplitude-phase coupling has an important influence upon the synchronization behavior. Coupled amplitude-phase dynamics is a significant concept widely exploited in various fields of research. It refers to anisochronicity in nonlinear dynamics, and is known as shear in fluid dynamics. In the laser community amplitude-phase coupling implies that the phase of the electric field inside the laser cavity is dynamically linked to its amplitude. The aim of the project is to understand how amplitude chimeras behave in the presence of amplitude-phase coupling.
The following steps will be taken:

- Literature study on chimera states
- Familiarize with the model of Stuart-Landau oscillator:
$$\dot{z} = f(z) \equiv (\lambda + i\omega - (1 + i\gamma)\,|z|^2)z, \tag{1}$$
where $z = re^{i\phi} = x + iy \in \mathbb{C}$, $\lambda, \omega, \gamma \in \mathbb{R}$.
- Study a ring of N nonlocally coupled Stuart-Landau oscillators (supercritical Hopf bifurcation):
$$\dot{z}_j = f(z_j) + \frac{\sigma}{2P}\sum_{k=j-P}^{j+P}(\mathrm{Re}z_k - \mathrm{Re}z_j), \tag{2}$$
where $j = 1, 2, ..., N$. The coupling parameters, which are identical for all links, are the coupling strength $\sigma \in \mathbb{R}$ and the coupling range P/N, where P corresponds to the number of nearest neighbors in each direction on a ring.
- Start with the case of $\gamma = 0$ and reproduce the results (snapshots, space-time plots, phase portraits) obtained in [2].
- Investigate the role of the amplitude-phase coupling parameter γ on amplitude chimeras. Analyze the system for gradually increasing value of the parameter γ.

Literatur

[1] M. J. Panaggio and D. M. Abrams: *Chimera states: Coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators*, Nonlinearity **28**, R67 (2015).

[2] A. Zakharova, M. Kapeller, and E. Schöll: *Chimera death: Symmetry breaking in dynamical networks*, Phys. Rev. Lett. **112**, 154101 (2014).

Projekt 7: *Amplitude chimera states near super- and subcritical Hopf bifurcations*

Betreuer/in: Anna Zakharova

Chimera states correspond to the situation when an ensemble of identical elements self-organizes into two coexisting and spatially separated domains with dramatically different behavior, i.e., spatially coherent and incoherent oscillations [1]. They have been the subject of intensive theoretical investigations since 2002. Experimental evidence of chimeras, however, has only recently been provided for optical, chemical, mechanical, electronic, and electrochemical systems. These peculiar hybrid states may also account for the observation of partial synchrony in neural activity, like unihemispheric sleep, i.e., the ability of some birds or dolphins to sleep with one half of their brain while the other half remains aware. Moreover, chimera states can be also applied to the investigation of ventricular fibrillation, power grids, social and neural systems. In this project a special type of chimera states - amplitude chimera - will be investigated [2]. An important question is to understand how amplitude chimeras evolve depending on the parameter responsible for the Hopf bifurcation. Additionally, it is interesting to find out whether amplitude chimeras behave in the same way for supercritical and subcritical Hopf bifurcation.
The following steps will be taken:

- Literature study on chimera states
- Familiarize with the model of Stuart-Landau oscillator:

$$\dot{z} = f(z) \equiv (\lambda + i\omega - |z|^2)z, \tag{1}$$

  where $z = re^{i\phi} = x + iy \in \mathbb{C}$, $\lambda, \omega \in \mathbb{R}$. For $\lambda > 0$, the uncoupled system exhibits self-sustained limit cycle oscillations with radius $r_0 = \sqrt{\lambda}$ and frequency ω. This is a generic model for nonlinear oscillators close to a supercritical Hopf bifurcation.
- Study a ring of N nonlocally coupled Stuart-Landau oscillators (supercritical Hopf bifurcation):

$$\dot{z}_j = f(z_j) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{k=j-P}^{j+P} (\mathrm{Re} z_k - \mathrm{Re} z_j), \tag{2}$$

  where $j = 1, 2, ..., N$. The coupling parameters, which are identical for all links, are the coupling strength $\sigma \in \mathbb{R}$ and the coupling range P/N, where P corresponds to the number of nearest neighbors in each direction on a ring.
- Investigate the role of parameter λ on amplitude chimeras. Analyze snapshots and space-time plots for different values of the distance to the Hopf bifurcation.
- Repeat the previous step for the case of subcritical Hopf bifurcation:

$$\dot{z} = f(z) \equiv (\lambda + i\omega + |z|^2 - |z|^4)z. \tag{3}$$

Literatur

[1] M. J. Panaggio and D. M. Abrams: *Chimera states: Coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators*, Nonlinearity **28**, R67 (2015).

[2] A. Zakharova, M. Kapeller, and E. Schöll: *Chimera death: Symmetry breaking in dynamical networks*, Phys. Rev. Lett. **112**, 154101 (2014).

Projekt 8: *Oscillation death as a mechanism for cellular differentiation: the role of network topology*

Betreuer/in: Anna Zakharova

Collective behavior in coupled nonlinear systems has been extensively studied in the past few decades. Beside such phenomena as synchronization and chimera states, special attention has also been paid to oscillation suppression. There are two types of oscillation quenching known in the literature [1]: amplitude death (AD) and oscillation death (OD). The underlying mechanisms of these two effects are crucially different. Amplitude death appears as a result of the stabilization of an already existing steady state that is unstable in the absence of coupling. On the contrary, oscillation death occurs due to the newly created stationary state. There are three main factors that cause amplitude death: mismatches between the frequencies of the oscillators, time delay in the coupling, and coupling through dissimilar variables. Oscillation death generally appears through the symmetry breaking of the system: a uniform steady state splits into two additional branches with nonzero amplitude [2]. This phenomenon is especially relevant in the light of applications to biological systems, since it has been proposed as a basic mechanism for cellular differentiation. As cells typically do not exist in isolation, but rather in population, it is important to understand how oscillation death behaves in networks of coupled elements. The aim of this project is to investigate oscillation death in network motifs and networks with different topologies (global, local, nonlocal).
The following steps will be taken:

- Literature study on oscillation death
- Familiarize with numerical methods (XPPAUT)
- Study a system of two coupled Stuart-Landau oscillators:

  $$\dot{z}_k = (\lambda + i\omega_k - |z_k|^2)z_k + \varepsilon(Rez_j - Rez_k), \tag{1}$$

  where $k, j = 1$ or 2, $z_k \in \mathbb{C}$, $z_k = x_k + iy_k$, λ, $\omega_k \in \mathbb{R}$, and $\varepsilon > 0$ is the coupling intensity. Detect oscillation death by analyzing bifurcation diagrams and time series.
- Consider the case of $N > 2$ coupled oscillators and study the influence of the network topology on OD. For a network of coupled elements oscillation death implies that its nodes occupy different branches of the inhomogeneous steady state. Study first different network motifs, then consider a ring (local) coupling and global (all-to-all) coupling. Investigate branch splitting for oscillation death.
- Analyze the influence of nonlocal coupling in a ring.

Literatur

[1] A. Koseska, E. Volkov, and J. Kurths: *Oscillation quenching mechanisms: Amplitude vs. oscillation death*, Phys. Rep. **531**, 173 (2013).

[2] A. Zakharova, I. Schneider, Y. N. Kyrychko, K. B. Blyuss, A. Koseska, B. Fiedler, and E. Schöll: *Time delay control of symmetry-breaking primary and secondary oscillation death*, Europhys. Lett. **104**, 50004 (2013).

Projekt 9: *Two types of oscillation suppression: amplitude and oscillation death*

Betreuer/in: Anna Zakharova

Amplitude and oscillation death represent two different types of oscillation suppression [1]. Amplitude death appears as a result of the stabilization of an already existing steady state that is unstable in the absence of coupling. Oscillation death refers to stable inhomogeneous steady states (IHSS) which are created through the coupling. This regime occurs when a homogeneous steady state splits into at least two distinct branches - upper and lower - which represent a newly created IHSS [2]. Oscillation death is inherent in various systems and its existence has been confirmed experimentally, e.g., in chemical reactors, chemical oscillators, electronic circuits and thermokinetic oscillators. Moreover, it is especially significant in the light of applications to biological systems like neuronal networks, and it has been proposed as a basic mechanism for morphogenesis and cellular differentiation, for instance, stem cell differentiation. The aim of this project is to investigate oscillation death and its bifurcation mechanisms for the case of two coupled nonlinear oscillators. The following steps will be taken:

- Literature study on amplitude and oscillation death
- Familiarize with numerical methods (XPPAUT)
- Study a system of two coupled Stuart-Landau oscillators:

  $$\dot{z}_k = (\lambda + i\omega_k - |z_k|^2)z_k + \varepsilon(Rez_j - Rez_k), \tag{1}$$

  where $k, j = 1$ or 2, $z_k \in \mathbb{C}$, $z_k = x_k + iy_k$, λ, $\omega_k \in \mathbb{R}$, and $\varepsilon > 0$ is the coupling intensity. Detect oscillation death by analyzing bifurcation diagrams and time series.
- Investigate the role of parameter λ on the bifurcation mechanism of oscillation death. Study a particular case of $\lambda = 3.5$ and detect secondary oscillation death.
- Study the impact of frequency mismatch on oscillation death: fix $\omega_1 = 2$ and tune ω_2. Detect and explain the transition from amplitude to oscillation death.
- Analyze secondary oscillation death for different values of frequency mismatch. Can you still observe the secondary oscillation death?

Literatur

[1] A. Koseska, E. Volkov, and J. Kurths: *Oscillation quenching mechanisms: Amplitude vs. oscillation death*, Phys. Rep. **531**, 173 (2013).

[2] A. Zakharova, I. Schneider, Y. N. Kyrychko, K. B. Blyuss, A. Koseska, B. Fiedler, and E. Schöll: *Time delay control of symmetry-breaking primary and secondary oscillation death*, Europhys. Lett. **104**, 50004 (2013).

Projekt 10: *Dynamische Stabilitätsuntersuchungen an elektrischen Energieversorgungsnetzen*

Betreuer/in: Christian Gornig

Aufgrund der "Energiewende" und der damit verbundenen Neugestaltung des deutschen Kraftwerksparkes von zentralen Großkraftwerken hin zu dezentralen Kleinsterzeugern werden in der Zukunft Effekte auftreten, die es zu bewältigen gilt [1, 2, 3]. In diesem Projekt soll die dynamische Stabilität von elektrischen Energieversorgungsnetzen untersucht werden, die für die Synchronisation aller angeschlossenen Einheiten erforderlich ist [4, 5, 6, 7]. Hierfür soll zunächst für ein Netz bestehend aus sechs Knoten mit der Software MatLab der Leistungsfluss (auch: Lastfluss genannt) berechnet werden. Es soll der Newton-Raphson Algorithmus verwendet werden. Die Ergebnisse der Leistungsflussberechnung stellen die Randwerte / Startwerte der anschließenden dynamischen Simulation dar. Das Netzwerk soll zunächst mittels Kron-Reduktion auf die vier inneren Generatorknoten transfiguriert werden. Für die nun folgende dynamische Berechnung wird das Eulerverfahren empfohlen. Nachdem ein lauffähiges Modell erstellt worden ist soll die Charakteristik der Turbosätze variiert werden um die Veränderung des Kraftwerksparkes von Großkraftwerken hin zu dezentralen Erzeugern zu simulieren. Es soll untersucht werden, über welche Eigenschaften die Energieerzeuger verfügen müssen, um einen stabilen Netzbetrieb zu gewährleisten. Bei einem stabilen Netzbetrieb ist die synchronisierende Leistung der einzelnen Generatoren untereinander groß genug um auch bei Störungen die einzelnen Turbogeneratoren in den Synchronismus zurück zu führen.

Literatur

[1] *Final Report - System Disturbance on 4 November 2006* (Union for the Co-ordination of Transmission of Electricity, Brussels, Belgium).

[2] D. Witthaut and M. Timme: *Braess's paradox in oscillator networks, desynchronization and power outage*, New Journal of Physics **14**, 083036 (2012).

[3] M. Rohden, A. Sorge, M. Timme, and D. Witthaut: *Self-organized synchronization in decentralized power grids*, Phys. Rev. Lett. **109**, 064101 (2012).

[4] B. R. O. D. Oeding: *Elektrische Kraftwerke und Netze* (6. Auflage, Springer, Berlin, Germany, 2004).

[5] K. Heuck, K.-D. Dettmann, and D. Schulz: *Elektrische Energieversorgung* (Vieweg-Verlag 7. Auflage, Wiesbaden, Germany, 2007).

[6] J. D. Glover, M. S. Sarma, and T. J. Overbye: *Power System Analysis and Design* (5th Edition, Cengage Learning, Stamford, USA, 2012).

[7] A. R. Bergen and V. Vittal: *Power System Analysis* (2nd Edition, Prentice-Hall, New Jersey, USA, 2000).

Projekt 11: *Feedback-Kontrolle von Kriminalitätshäufungspunkten*

Betreuer/in: Steffen Martens, steffen.martens@tu-berlin.de, EW 737

Der Mechanismus welcher zur Bildung, Ausbreitung und dem Verschwinden von Kriminalitätshäufungspunkten führt, ist bisher wenig verstanden. Vor kurzem haben Martin B. Short et al. ein Modell entwickelt, welches die Dynamik von Kriminalität mittels eines zwei-komponentigen Reaktions-Diffusions-Systems (RDS) für das Risiko einer Straftat $A(\mathbf{r}, t)$ und die Dichte von Straftätern $\rho(\mathbf{r}, t)$ beschreibt [1, 2]. Dieses Modell besitzt zwei stationäre Lösungen: Muster mit räumlich lokalisierten Kriminalitätshäufungspunkten und der räumlich homogene Zustand. In 2012 zeigte Svetlana Gurevich [3] anhand eines 3-komponentigen RDS, welches ebenfalls stationäre lokalisierte Lösungen besitzt, dass diese Lösungen unter dem Einfluss einer zeitverzögerten Rückkopplungskontrolle eine Drift-Bifurkation vollziehen können und sich dadurch zu bewegen beginnen. Ziel dieses Projektes ist es, die zeitverzögerte Rückkopplungskontrolle auf das Modell von Short et al. anzuwenden.
Bearbeiten Sie folgende Punkte:

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema mit der angegebenen Literatur und den in ihnen enthaltenen weiterführenden Referenzen durch.
- Führen Sie numerische Simulationen zum Kriminalitätsmodell von Short et al. durch.
- Überlegen Sie, in welcher Form die zeitverzögerte Rückkopplungskontrolle in das Modell eingebaut werden kann.
- Erarbeiten Sie die Ideen zur Driftbifurkation unter zeitverzögerter Rückkopplungskontrolle [3]. Stellen Sie diese und die Herangehensweise im Detail vor.
- Untersuchen Sie numerisch den Einfluss einer zeitverzögerten Rückkopplungskontrolle auf das Kriminalitätsmodell.

Literatur

[1] M. Short, P. Brantingham, A. Bertozzi, and G. Tita: *Dissipation and displacement of hotspots in reaction-diffusion models of crime*, PNAS **107**, 3961 (2010).

[2] M. B. Short, A. L. Bertozzi, and P. J. Brantingham: *Nonlinear patterns in urban crime: Hotspots, bifurcations, and suppression*, SIAM Journal on Applied Dynamical Systems **9**, 462 (2010).

[3] S. V. Gurevich: *Dynamics of localized structures in reaction-diffusion systems induced by delayed feedback*, Phys. Rev. E **87**, 052922 (2013).

Projekt 12: *Kontrolle von chemischen Reaktionsfronten durch die Form des Gebietes*

Betreuer/in: Steffen Martens, steffen.martens@tu-berlin.de, EW 737

Die Kontrolle von Reaktionen ist eine essentielle Aufgabe in biologischen Systemen und chemischen Prozessen. In diesem Projekt soll der Fokus auf der Kontrolle von Reaktions-Diffusions-Mustern durch die "optimale" Form des Reaktionsgebietes liegen. Kürzlich wurde gezeigt, dass die Bewegung von laufenden Fronten in Geometrien mit räumlich veränderlichem Querschnitt $Q(x)$ mit Neumann-Rändern auf ein 1D Reaktions-Diffusions-Advektions-System reduziert werden kann [1]

$$\partial_t u(x,t) = D\,\partial_x^2 u(x,t) + R(u) - D\,\frac{Q'(x)}{Q(x)}\partial_x u(x,t). \tag{1}$$

Mittels Multipler-Skalen-Störungsrechnung kann man eine Bewegungsgleichung für die Position der Fronten $\phi(t)$ unter Einfluss dieses Advektionsterms herleiten [2]

$$\dot{\phi}(t) = c - \frac{D}{K_c}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\xi\, e^{c\,\xi/D}\,(\partial_\xi U_c(\xi))^2\,\frac{Q'(\xi+\phi(t))}{Q(\xi+\phi(t))}. \tag{2}$$

Dabei ist c die Ausbreitungsgeschwindigkeit der ungestörten Frontlösung $U_c(x)$ und K_c ist eine Normierungskonstante. Durch die Anwendung der zweiseitigen Laplace Transformation $\mathcal{L}\{\cdot\}$ auf Gl. (2) erhält man eine Gleichung für den optimalen Querschnitt bei einer festgelegten Trajektorie $\phi(t)$

$$Q(x) = \exp\left[\frac{1}{2\pi i}\lim_{T\to\infty}\int_{\sigma-iT}^{\sigma+iT} \mathrm{d}s e^{sx}\,\frac{\mathcal{L}\{g(\phi)\}}{s\,\mathcal{L}\{F(-x)\}}\right].$$

Bearbeiten Sie folgende Punkte:

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema mit der angegebenen Literatur und den in ihnen enthaltenen weiterführenden Referenzen durch.

- Als exemplarisches Modell für Fronten wurde das Schlögl-Modell [3, 4] in Ref. [1] genutzt. Leiten Sie die Ratengleichungen für die mittlere Konzentration x von der chemischen Spezies X her und diskutieren Sie die stationäre Lösung. Falls Bistabilität vorliegt, kann es in einem rämlich ausgedehnten System mit Diffusion zu Koexistenz der zwei stationären Lösungen kommen. Leiten Sie die equal areas rule (Maxwell-Konstruktion) für die räumliche Koexistenz her [5, 6]. Wenn die equal areas rule verletzt ist, ist der eine Zustand metastabil, der andere ist stabil und entspricht einem globalen Minimum des Potenzials $V(x)$ der Ratengleichung $\dot{x} = -V'(x)$. Berechnen Sie das zeitabhängige räumliche Profil eine Propagationsfront, die einem Übergang zu diesem Zustand entspricht und leiten Sie die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Front her.

- Diskutieren Sie die Gültigkeit der Reaktions-Diffusions-Advektions-Gleichung Gl. (1) und der Bewegungsgleichung für die Frontposition Gl. (2).

- Berechnen Sie den optimalen Querschnitt $Q(x)$ für die Trajektorie $\dot{\phi}(t) = c + (c_1 - c)\,t$.

Literatur

[1] S. Martens, J. Löber, and H. Engel: *Front propagation in channels with spatially modulated cross section*, Phys. Rev. E **91**, 022902 (2015).

[2] J. Löber and H. Engel: *Controlling the position of traveling waves in reaction-diffusion systems*, Phys. Rev. Lett. **112**, 148305 (2014).

[3] F. Schlögl: *Chemical reaction models for non-equilibrium phase transitions*, Z. Phys. A **253**, 147 (1972).

[4] C. W. Gardiner: *Handbook of Stochastic Methods for Physics, Chemistry and the Natural Sciences* (Springer, Berlin, 2002).

[5] E. Schöll and P. Landsberg: *Generalised equal areas rules for spatially extended systems*, Z. Phys. B **72**, 515 (1988).

[6] J. Siebert, S. Alonso, M. Bär, and E. Schöll: *Dynamics of reaction-diffusion patterns controlled by asymmetric nonlocal coupling as a limiting case of differential advection*, Phys. Rev. E **89**, 052909 (2014).

Projekt 13: *Positionskontrolle von dissipativen Solitonen*

Betreuer/in: Steffen Martens, steffen.martens@tu-berlin.de, EW 737

Die Kontrolle von Mustern in Reaktions-Diffusions-Systemen (RDS), wie z.B. laufenden Fronten, Pulslösungen oder Spiralwellen, ist eine essentielle Aufgabe in biologischen Systemen und der chemischen Industrie. In den letzten Jahrenzehnten wurden zahlreiche Methoden wie z. B. Rückkopplungskontrolle mit oder ohne Zeitverzögerung (delay), globale oder lokale Rückkopplungskontrolle oder raumzeitliche Kontrolle durch externe Felder studiert und angewandt. Löber et al. [1, 2] haben vor kurzem einen neuen Ansatz für eine open-loop Kontrolle von Mustern vorgeschlagen, welche das zu kontrollierende Muster nur räumlich verschiebt, ohne die Struktur zu verformen. In diesem Projekt soll die Anwendbarkeit dieser Kontrolle auf ein drei-komponentiges RD-System [3, 4, 5] untersucht werden, welches eine Erweiterung des FitzHugh-Nagumo-Modells ist und als phänomenologisches Modell für Gasentladungen aufgestellt wurde. Dieses System besitzt sowohl stationäre lokalisierte Lösungen (spot solutions), breathing spot solutions als auch laufende Lösungen. Die Position dieser laufenden Lösungen soll nach einem festgelegten Protokoll $\mathbf{\Phi}(t) = (\Phi_x(t), \Phi_y(t))^T$ kontrolliert werden.
Bearbeiten Sie folgende Punkte:

- Führen Sie eine Literaturrecherche zu diesem Thema mit der angegebenen Literatur und den in ihnen enthaltenen weiterführenden Referenzen durch.
- Entwickeln Sie ein numerisches Programm für das drei-komponentige RD-System [3, 4, 5] und implementieren Sie die Positionskontrolle aus Ref. [1, 2].
- Diskutieren Sie die Gültigkeit und die Beschränkungen dieser Kontrollmethode. Im Besonderen stellen Sie die Ideen zur Stabilität [6] dieser open-loop Kontrolle vor. Wie könnte diese verbessert werden?

Literatur

[1] J. Löber and H. Engel: *Controlling the position of traveling waves in reaction-diffusion systems*, Phys. Rev. Lett. **112**, 148305 (2014).

[2] J. Löber, R. Coles, J. Siebert, H. Engel, and E. Schöll: *Control of chemical wave propagation* (World Scientific, Singapore, 2015).

[3] C. P. Schenk, M. Or-Guil, M. Bode, and H.-G. Purwins: *Interacting pulses in three-component reaction-diffusion systems on two-dimensional domains*, Phys. Rev. Lett. **78**, 3781 (1997).

[4] M. Bode, A. Liehr, C. Schenk, and H.-G. Purwins: *Interaction of dissipative solitons: particle-like behaviour of localized structures in a three-component reaction-diffusion system*, Physica D **161**, 45 (2002).

[5] H.-G. Purwins, H. U. Bödeker, and A. W. Liehr: *Dissipative solitons in reaction-diffusion systems*, Lect. Notes Phys. **661**, 267 (2005).

[6] J. Löber: *Stability of position control of traveling waves in reaction-diffusion systems*, Phys. Rev. E **89**, 062904 (2014).