

Dr. Ermin Malic
 Dr. Marten Richter
 Dipl. Phys. Julia Kabuß

10. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I+II

Abgabe: Mi. 26.06.2013 vor Beginn der Vorlesung im EW 203

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte Matrikelnummer auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 14 (2 Punkte): *Projektoreigenschaften*

In der VL wurden die Superoperatoren P und Q eingeführt, mit den Eigenschaften:

$$(1) \quad P\rho = \text{tr}_B(\rho) \otimes \rho_B^0 = \rho_S \otimes \rho_B^0, \quad P + Q = 1,$$

wobei ρ_B^0 einen GG-Zustand des Bads darstellt und ρ_S den Zustand des (relevanten Anteil) Systems beschreibt. Zeigen Sie mithilfe von Gleichung (2) folgende Eigenschaften:

1. $P^2 = P$,
2. $Q^2 = Q$,
3. $P \cdot Q = 0$

Aufgabe 15 (6 Punkte): *Superoperatoren im Liouville-Raum*

Zeigen Sie, dass bei der Anwendung der Projektionsoperatoren P und Q auf den Superoperator mit den Eigenschaften

$$(2) \quad H_- \rho = [H, \rho], \quad H_- = H_{S-} + H_{B-} + H_{SB-}$$

gilt:

1. $PH_{S-} = H_{S-}P$ und $QH_{S-} = H_{S-}Q$,
2. $PH_{B-} = H_{S-}P = 0$,
3. $QH_{B-} = H_{B-}$,
4. $\text{tr}_B(H_{SB}\rho_B^0) = 0$ im GG, (H_{SB} ist Operator im Hilbertraum)
5. $PH_{SB-}P = 0$,
6. $PH_-P = PH_{S-}P$
7. $PH_-Q = PH_{SB-}Q$
8. $QH_-P = QH_{SB-}P$

Tip: Lassen Sie die Ausdrücke auf einen Beliebigen Operator O wirken und führen Sie die Spur wenn nötig aus. Nutzen Sie 2., um 3. zu zeigen und 4. um 5. zu zeigen. Mit 1., 2. und 4. können Sie 6., 7. und 8. beschreiben.

Aufgabe 16 (4 Punkte): *Zeitgeordneter Propagator*

Zeigen Sie mithilfe der Differentialgleichung

$$(3) \quad \frac{d}{dt}\mathcal{G}(t, s) = \frac{-i}{\hbar}QH_{SB-}\mathcal{G}(t, s),$$

dass der Zeitentwicklungsoperator $\mathcal{G}(t, s)$ durch das zeitgeordnete Exponential

$$(4) \quad \mathcal{G}(t, s) \equiv T_{\leftarrow} \exp \left[\int_s^t ds \frac{-i}{\hbar}QH_{SB-}(s) \right]$$

gegeben ist.