Dr. Ermin Malic
Dr. Marten Richter
Dipl. Phys. Julia Kabuß

7. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I+II

Abgabe: Mi. 05.06.2013 vor Beginn der Vorlesung im EW 203

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte Matrikelnummer auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 10 (8 Punkte): *Blochgleichungen in Korrelationsentwicklung und Hartree-Fock Faktoriesierung*

(1) Leiten Sie ausgehend vom Hamiltonoperator (siehe VL):

$$H = \sum_{\lambda k} a^\dagger_{\lambda k} a_{\lambda k} + \sum_{qj} \hbar\omega_j(q) b^\dagger_{qj} b_{qj} + \sum_{\lambda,k,q,j,} D_{qj}(b^\dagger_{j,-q} + b_{j,q}) a^\dagger_{\lambda k+q} a_{\lambda k}. \tag{1}$$

mithilfe von Heisenbergs Bewegungsgleichung $\langle \dot{A} \rangle = \frac{i}{\hbar}[H, A]_-$ die Gleichungen für die beiden mikroskopischen Dichten $\rho^\lambda_k \equiv \langle a^\dagger_\lambda a_\lambda \rangle$ $(\lambda \in c, v)$ und die Polarisation $p_k \equiv \langle a^\dagger_{vk} a_{ck} \rangle$ eines zwei-Band-Systems her:

$$\begin{aligned}
i\hbar\dot{p}_k &= (\epsilon_{ck} - \epsilon_{vk})p_k + \sum_{jq} D_{jq}\big[S^{vk,ck-q}_{jq} - S^{vk+q,ck}_{jq} + T^{vk,ck-q}_{j-q} - T^{vk+q,ck}_{j-q}\big], && (2)\\
i\hbar\dot{\rho}^\lambda_k &= \sum_{jq} D_{jq}\big[S^{\lambda k,\lambda k-q}_{jq} - S^{\lambda k+q,\lambda k}_{jq} + T^{\lambda k,\lambda k-q}_{j-q} - T^{\lambda k+q,\lambda k}_{j-q}\big], && (3)
\end{aligned}$$

wobei $S^{\lambda k,\lambda' k'}_{jq} \equiv \langle b_{jq} a^\dagger_{\lambda k} a_{\lambda' k'} \rangle$ und $T^{\lambda k,\lambda' k'}_{j-q} \equiv \langle b^\dagger_{j-q} a^\dagger_{\lambda k} a_{\lambda' k'} \rangle$ jeweils einfach assistierte elektronische Größen mit einem Phonon-Vernichter bzw. Erzeuger sind.

(2) Bestimen Sie nun die Bewegnungsgleichungen für die Größen $S^{\lambda k,\lambda' k'}_{j-q}$ und $T^{\lambda k,\lambda' k'}_{j-q}$.

(3) Wenden Sie nun bei den auftretenden 4er Termen aus Elektron- und Photon-Operatoren die Korrelationsentwicklung an. Zeigen Sie ausgehend von der vollen Faktorisierung, dass $\langle a^\dagger_{\lambda k} a_{\lambda' k'} b^\dagger_{qj} b_{q'j'} \rangle \approx \langle a^\dagger_{\lambda k} a_{\lambda' k'} \rangle \langle b^\dagger_{qj} b_{q'j'} \rangle \delta_{kk'} \delta_{jj'} \delta_{qq'}$. Benutzen Sie dazu, dass sich keine kohärenten Phononen im System befinden, also $\langle b^\dagger_{qj} \rangle = \langle b_{qj} \rangle = 0$ und, dass das System räumlich homogen angeregt wurde $\langle a^\dagger_{\lambda k} a_{\lambda' k'} \rangle = \langle a^\dagger_{\lambda k} a_{\lambda' k'} \rangle \delta_{kk'}$

(3) Unter Anwendung der Hartree-Fock-Faktorisierung aus Aufgabe (9) und der Homogenitätsannahme erhalten Sie das gewünschte Ergebnis:

$$\begin{aligned}
i\hbar\dot{S}^{\lambda k,\lambda' k'}_{jq} &= (\epsilon_{\lambda' k'} - \epsilon_{\lambda k} + \hbar\omega_j(q))S^{\lambda k,\lambda' k'}_{jq} + D_{jq}\sum_{\alpha\beta}[(n_{jq}+1)\sigma^{\lambda\alpha}_k(\delta_{\beta\lambda'} - \sigma^{\beta\lambda'}_{k'}) && (4)\\
&\quad - n_{jq}\sigma^{\beta\lambda'}_{k'}(\delta_{\lambda\alpha} - \sigma^{\lambda\alpha}_k)],
\end{aligned}$$

wobei $n_{jq} \equiv \langle b^\dagger_{qj} b_{qj} \rangle$ die mittlere Phononzahl in der mode qj ist und $\sigma^{\lambda\lambda'}_k \equiv \langle a^\dagger_{\lambda k} a_{\lambda' k} \rangle$ entweder eine Teilchendichte oder Polarisation darstellen.

(5) Diskutieren Sie Gleichung.

Bitte Rückseite beachten!⟶

7. Übung TFKP SS13

Aufgabe 11 (4 Punkte): *Boltzmann-Gleichung und Detailed Balance*
Betrachten Sie die Markov'sche Boltzmanngleichung des Einband-Modells (siehe VL).

$$\dot{\rho}_k = -\Gamma^{\mathsf{aus}}\rho_k + \Gamma^{in}(1-\rho_k). \tag{5}$$

1. Formulieren Sie diese Gleichung unter der Annahme, dass sich das System im Gleichgewicht befindet. Setzen Sie entsprechend die geeignete Verteilungsfunktion für die elektronischen Dichten $\rho_k = \sigma_k^{\lambda\lambda} = \langle a^\dagger_{\lambda k} a^\dagger_{\lambda k} \rangle$ ein.

2. Leiten sie daraus das Verhältnis der Ein- aund Ausstreu-Raten $\Gamma^{\mathsf{in}}/\Gamma^{\mathsf{aus}}$ her (Detailed Balance).