

Prof. Dr. Tobias Brandes  
 Arash Azhand  
 Wassilij Kopylov  
 Christian Fräßdorf

## 1. Übungsblatt – Theoretischen Physik IV

**Abgabe: Fr. 19. 04. 2013 bis 17:00 Uhr im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes**

*Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummer und das Tutorium an!*

### **Aufgabe 1 (9 Punkte): Totale Differentiale**

Wir betrachten die Differentialform 1. Ordnung (totale Differentialgleichung) der Form

$$P(x, y, z)dx + Q(x, y, z)dy + R(x, y, z)dz = 0. \quad (1)$$

1. Wann nennt man das Differential (1) exakt, wann integrierbar und wann nicht integrierbar?
2. Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden Integrierbarkeitsbedingung der Differentialform (1)

$$P \cdot \left( \frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y} \right) + Q \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z} \right) + R \cdot \left( \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = 0. \quad (2)$$

In welchem Fall ist dann die Differentialform exakt? Hinweis: Benutzen Sie dazu die Definition der Integrierbarkeit sowie die Vertauschung von Ableitungen. Vergessen Sie nicht den integrierenden Faktor mitzubedenken.

3. Sei nun folgende totale Differentialgleichung gegeben:  $y^2 dx - z dy + y dz = 0$ .
  - (a) Überprüfen Sie diese Differentialgleichung auf die Integrierbarkeit.
  - (b) Handelt es sich um ein exaktes Differential? Falls nicht, wie lautet der integrierende Faktor.
  - (c) Lösen Sie diese Gleichung, d.h. finden Sie eine Stammfunktion.
4. Zeigen Sie nun, dass  $\delta Q$  aus dem 1. Hauptsatz kein totales Differential ist. Gehen Sie von  $\delta W = -pdV$  aus.
5. Bestimmen Sie einen integrierenden Faktor  $\alpha(T)$  so, dass aus  $\delta Q$  ein totales Differential wird. Gehen Sie dabei von einem idealen Gas aus. Was für Konstrukt erhalten wir dann?

### **Aufgabe 2 (3 Punkte): Adiabatangleichung**

Leiten Sie mithilfe des 1. Hauptsatzes der Thermodynamik die Adiabatangleichung  $pV^\gamma = \text{const}$  mit  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  her.

### **Aufgabe 3 (8 Punkte): Kreisprozess**

Ein ideales Gas durchläuft folgenden drei-stufigen Kreisprozess

- a  $\rightarrow$  b: quasistatische isochore Druckerhöhung von  $P_a$  nach  $P_b$ . Diese wird verursacht durch die Absorption der zugeführten Wärme  $Q_H$ . Dabei erwärmt sich das Gas von der Temperatur  $T_a$  zu  $T_b$ .
- b  $\rightarrow$  c: quasistatische adiabatische Expansion vom Volumen  $V_a$  zu dem Volumen  $V_c$  und die damit verbundene Abkühlung auf die Temperatur  $T_c$ .

## 1. Übung TP IV SS 2013

- $c \rightarrow a$ : quasistatische isobare Volumenverkleinerung des Gases auf  $V_a$ . Dabei wird die Wärme  $Q_C$  mit der Umgebung ausgetauscht und das Gas kühlt sich auf die Temperatur  $T_a$  ab.
1. Stellen Sie diesen Kreisprozess in einem p-V-Diagramm dar und beschriften Sie den Vorgang entsprechend.
  2. Berechnen Sie für jede Stufe die vom System verrichtete Arbeit und die absorbierte/abgestrahlte Wärme (als Funktion der Temperatur  $T_{a,b,c}$ ).
  3. Zeigen Sie, dass die vom System verrichtete Gesamtarbeit  $W_G$  folgenderweise aussieht:  
 $-W_G = C_V(T_b - T_a) - C_p(T_c - T_a)$ .  $C_V, C_p$  sind die entsprechenden Wärmekapazitäten.  
Hinweis: Wie groß ist  $C_p - C_V$  beim idealen Gas?
  4. Zeigen Sie, dass der Wirkungsgrad  $\eta$  durch folgenden Ausdruck gegeben ist

$$\eta = 1 - \frac{\gamma}{r}(1-r)(1-r^\gamma)^{-1} \cdot \frac{T_a}{T_b}$$

mit  $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$  und  $r = \frac{V_a}{V_c}$ . In welchem Bereich muss sich der Vorfaktor  $\frac{\gamma}{r}(1-r)(1-r^\gamma)^{-1}$  bewegen und warum. Überprüfen Sie es durch einen geeigneten Plot.  
Hinweis: Benutzen Sie dazu auch die ideale Gasgleichung sowie die Adiabatengleichung.

**Vorlesung:** Mi. um 12 Uhr – 14 Uhr in EW 203,  
Fr. um 8 Uhr – 10 Uhr in EW 203.

### Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Bestandene Klausur
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien

### Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Arnold Sommerfeld, *Vorlesungen über Theoretische Physik - Thermodynamik und Statistik*
- R. Becker, *Theorie der Wärme*
- Wolfgang Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik 4 - spezielle Relativitätstheorie und Thermodynamik*
- Wolfgang Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik 6 - statistische Physik*
- Norbert Straumann, *Thermodynamik*
- Herbert B. Callen, *Thermodynamics (1966), Thermodynamics and an introduction to thermostatistics (1985)*

### Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Dr. Tobias Brandes	Mo	13:00 – 14:00 Uhr	EW 744	23034
Arash Azhand	Do	15:00 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Wassilij Kopylov	Mi	15:00–16:00 Uhr	EW 705	22741
Christian Fräbldorf			EW 060	