

Prof. Dr. Tobias Brandes  
 Arash Azhand  
 Wassilij Kopylov  
 Christian Fräßdorf

## 2. Übungsblatt – Theoretischen Physik IV

**Abgabe: Fr. 26. 04. 2013 bis 17:00 Uhr im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes**

*Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummer und das Tutorium an!*

### **Aufgabe 4 (6 Punkte):** $C_p$ für van-der-Waals Gas

Ein Mol eines realen Gases (van-der-Waals Gas) genügt der Zustandsgleichung

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT, \quad (1)$$

wobei die innere Energie durch

$$E = cT - \frac{a}{V} \quad (2)$$

gegeben ist. Dabei sind  $a$ ,  $b$  und  $c$  konstante Fitparameter und  $R = N_A k_B = 8.31 \frac{\text{J}}{\text{Kmol}}$  ist die Gaskonstante. Zeigen Sie, dass die molare Wärmekapazität bei konstantem Druck durch

$$C_p = c + \frac{R}{1 - \frac{2a}{RTV^3}(V - b)^2} \quad (3)$$

gegeben ist.

### **Aufgabe 5 (6 Punkte):** Freie Energie, Maxwell-Relation

Betrachten Sie ein vorgespanntes leicht elastisches Band („Gummiband“) der Länge  $l$  mit Anfangsspannung  $\Gamma$ . Das Band werde um die Länge  $dl$  auseinandergezogen, wobei eine Arbeit  $dW = \Gamma dl$  aufgewandt werden muss. Formulieren Sie für dieses Band die fundamentale thermodynamische Gleichung und leiten Sie aus der Definition der Helmholtzschen Freien Energie folgende Maxwell-Relation her:

$$\left(\frac{dS}{dl}\right)_T = -\left(\frac{d\Gamma}{dT}\right)_l. \quad (4)$$

Die Spannung in einem *nicht vorgespannten* Band der Länge  $l_0$  bei Temperatur  $T$  ist durch

$$\Gamma = \frac{RT}{l_0} \left[ \frac{l}{l_0} - \left(\frac{l_0}{l}\right)^2 \right] \quad (5)$$

gegeben. Betrachten Sie die Entropie als Funktion der Temperatur und der Länge und zeigen Sie, dass unter der Voraussetzung konstanter Wärmekapazität bei konstanter Länger,  $C_l = 3R$ , die Änderung der Entropie zwischen einem Anfangszustand mit Länge  $l_0$ , sowie Temperatur  $T_0$ , und einem Endzustand mit Länge  $l$ , sowie Temperatur  $T$ , durch

$$S - S_0 = 3R \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - R \left[ \frac{1}{2} \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 + \frac{l_0}{l} - \frac{3}{2} \right] \quad (6)$$

gegeben ist.

2. Übung TP IV SS 2013

**Aufgabe 6 (8 Punkte): Gibbs'sche Enthalpie**

Gegeben sei die innere Energie  $U = U(S, V, N)$  mit  $dU = TdS - pdV + \mu dN$  eines einfachen Stoffes (z.B. Gas)

1. Erklären Sie kurz die in  $dU$  auftretenden Größen. Gehen Sie kurz auf die Bedeutung von  $\mu$  ein.
2. Gibbs'sche Enthalpie
  - (a) Bestimmen Sie mithilfe von  $U$  die Gibbs'sche Enthalpie  $G = G(T, p, N)$ .
  - (b) Zeigen Sie, dass für das Differential  $dG$  folgende Beziehung gilt:  $dG = -SdT + Vdp + \mu dN$ .
  - (c) Was ergeben die Ableitungen nach natürlichen Variablen? Wie lauten die zugehörigen Maxwell-Relationen.
  - (d) Zeigen Sie ausgehend von der Homogenitätsrelation  $G(T, p, \lambda N) = \lambda G(T, p, N)$  die Gibbs-Duhem-Relation  $G(T, p, N) = \mu N$ .
3. Wir betrachten nun ein einatomiges ideales Gas
  - (a) Zeigen Sie mithilfe des 1. Hauptsatzes, dass die Entropie eines einatomigen idealen Gases folgende Form hat:  $S(N, T, p) = Nk_b \left( s_0(T_0, p_0) + \log \left( \left( \frac{T}{T_0} \right)^{5/2} \frac{p_0}{p} \right) \right)$ . Hier beschreiben  $T_0, p_0$  den Ausgangszustand. Warum braucht man im 1. Hauptsatz den Term  $\sim d\mu$  nicht mitzuführen, um  $S(N, T, p)$  auszurechnen?
  - (b) Berechnen Sie nun mithilfe der Ergebnisse aus den vorhergehenden Teilaufgaben die freie Enthalpie  $G(T, p, N)$  des einatomigen idealen Gases.
  - (c) Bestimmen Sie mithilfe der berechneten freien Enthalpie das Volumen  $V$ . Haben Sie diese Formel erwartet?

**Vorlesung:** Mi. um 12 Uhr – 14 Uhr in EW 203,  
Fr. um 8 Uhr – 10 Uhr in EW 203.

**Scheinkriterien:**

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Bestandene Klausur
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien

**Sprechzeiten:**

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Dr. Tobias Brandes	Mo	13:00 – 14:00 Uhr	EW 744	23034
Arash Azhand	Do	15:00 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Wassilij Kopylov	Mi	15:00–16:00 Uhr	EW 705	22741
Christian Fräbldorf			EW 060	