

Prof. Dr. Tobias Brandes
 Arash Azhand
 Wassilij Kopylov
 Christian Fräßdorf

4. Übungsblatt – Theoretischen Physik IV

Abgabe: Fr. 10. 05. 2013 bis 17:00 Uhr im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummer und das Tutorium an!

Aufgabe 10 (7 Punkte): *Vorurteilsfreie Schätzung für gezinkten Würfel*

Gegeben sei ein Würfel dubioser Herkunft. Ein Kollege war sehr fleißig und hat nächtelang gewürfelt. Leider hat er vergessen, für jede mögliche Augenzahl eine separate Statistik zu machen, so dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung P_i nach wie vor unbekannt ist.

- (a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung P_i unter der Voraussetzung vorurteilsfreier Schätzung: Der Erwartungswert der Augenzahl ist bekannt und beträgt $\langle M^1 \rangle = 4,5$.

Hinweis: Sie werden im Verlauf der Aufgabe auf eine Gleichung des folgenden Typs treffen:

$$4,5 = \frac{x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + 5x^5 + 6x^6}{x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6}.$$

Es empfiehlt sich, diese Gleichung numerisch (z.B. mit dem Computeralgebraprogramm *Mathematica*) zu lösen. Hinweis: Benutzen Sie die Variation mit Nebenbedingungen um zuerst eine Gleichung für die Wahrscheinlichkeit $p_i = \exp(\psi(\lambda_1) - \lambda_2 n_i)$ für die Augenzahl n_i zu erhalten.

- (b) Berechnen Sie nun SHANNON-Information der Wahrscheinlichkeitsverteilung dieses Würfels.

Aufgabe 11 (6 Punkte): *Magnetische Response-Funktion*

Beweisen Sie für magnetische Systeme (H Magnetfeld, M Magnetisierung)

$$\chi_T (C_H - C_M) = T \alpha_H^2.$$

Aufgabe 12 (7 Punkte): *Rényi-Entropie*

Die Rényi-Information ist ein Folgendermaßen definiertes Informationsmaß:

$$I_q(\{p_n\}) = \frac{1}{1-q} \ln \left(\sum_{n=1}^N p_n^q \right) \quad (1)$$

Zeigen Sie, dass

$$\lim_{q \rightarrow 1+} I_q(\{p_n\}) = I(\{p_n\}) = - \sum_{n=1}^N p_n \ln p_n \quad (2)$$

die Shannon-Entropie liefert.

Für kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen $\rho(x)$ ist die Rényi-Information durch

$$I_q(\rho) = \frac{1}{1-q} \ln \left(\int dx \rho^q(x) \right) \quad (3)$$

4. Übung TP IV SS 2013

gegeben. Berechnen Sie diesen Ausdruck im Fall einer Gauß-Verteilung

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-(x - \mu)^2 / 2\sigma^2 \right], \quad (4)$$

und vergleichen Sie es mit der Shannon-Information.

Vorlesung: Mi. um 12 Uhr – 14 Uhr in EW 203,
Fr. um 8 Uhr – 10 Uhr in EW 203.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Bestandene Klausur
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Dr. Tobias Brandes	Mo	13:00 – 14:00 Uhr	EW 744	23034
Arash Azhand	Do	15:00 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Wassilij Kopylov	Mi	15:00–16:00 Uhr	EW 705	22741
Christian Fräbendorf			EW 060	