

Prof. Dr. Tobias Brandes  
 Arash Azhand  
 Wassilij Kopylov  
 Christian Fräßdorf

## 11. Übungsblatt – Theoretischen Physik IV

**Abgabe: Fr. 05. 07. 2013 bis 17:00 Uhr im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes**

*Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummer und das Tutorium an!*

### **Aufgabe 29 (7 Punkte): Ising-Modell**

Betrachten Sie das eindimensionale ISING-Modell mit der Hamiltonfunktion

$$H = -2\mu B \sum_{j=1}^N S_j - 2J \sum_{j=1}^N S_j S_{j+1},$$

wobei für die Spinvariablen gilt:  $S_j \in \{-1/2, +1/2\}$  für  $j = 1 \dots N$  und  $S_{N+1} = S_1$ .

1. Zeigen Sie, dass sich die kanonische Zustandssumme schreiben lässt als  $Z = \text{Spur}(A^N)$ , wobei die Matrix  $A$  gegeben ist durch

$$A = \begin{pmatrix} e^{\beta(\mu B + \frac{1}{2}J)} & e^{-\beta \frac{1}{2}J} \\ e^{-\beta \frac{1}{2}J} & e^{\beta(-\mu B + \frac{1}{2}J)} \end{pmatrix}$$

2. Zeigen Sie, dass im thermodynamischen Limes  $N \rightarrow \infty$  die Freie Energie pro Spin durch

$$F(T, B) = -k_B T \ln(\lambda_1)$$

gegeben ist, wobei  $\lambda_1$  den größeren Eigenwert von  $A$  bezeichnet.

3. Bestimmen Sie die Magnetisierung  $\langle M \rangle$  sowie  $\langle M^2 \rangle$  für  $|\beta\mu B| \ll 1$ .
4. Warum gibt es ohne Magnetfeld keine spontane Magnetisierung für  $T > 0$ ?

### **Aufgabe 30 (6 Punkte): Ising-Modell - kritische Exponenten**

Berechnen Sie die kritischen Exponenten  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\gamma'$  und  $\delta$  für das Ising Modell in Mean-Field Näherung.

### **Aufgabe 31 (7 Punkte): Gaußsche Integrale, Feldtheorie**

Beweisen Sie die Formel

$$e^{\frac{1}{2}\beta \sum_{i,j} \sigma_i J_{ij} \sigma_j} = \frac{1}{\sqrt{\det \beta J}} \int \frac{dH_1}{\sqrt{2\pi}} \dots \frac{dH_N}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\beta} \sum_{i,j} H_i (J^{-1})_{ij} H_j + \sum_i H_i \sigma_i},$$

und leiten Sie damit die Mean-Field Näherung des Ising Modells feldtheoretisch her (siehe Vorlesung).

## 11. Übung TP IV SS 2013

**Vorlesung:** Mi. um 12 Uhr – 14 Uhr in EW 203,  
Fr. um 8 Uhr – 10 Uhr in EW 203.

### Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Bestandene Klausur
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien

### Sprechzeiten:

<b>Name</b>	<b>Tag</b>	<b>Zeit</b>	<b>Raum</b>	<b>Tel.</b>
Prof. Dr. Tobias Brandes	Mo	13:00 – 14:00 Uhr	EW 744	23034
Arash Azhand	Do	15:00 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Wassilij Kopylov	Mi	15:00–16:00 Uhr	EW 705	22741
Christian Fräβdorf	Di	12:00–13:00 Uhr	EW 060	