

Prof. Dr. Harald Engel

Dr. Julia Kabuß, Dipl. Phys. Maria Zeitz, Robert Kohlhaas BSc, Hagen-Henrik Kowalski, Alexander Ziepke

9. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik**Abgabe: Bis Do. 26.06.2014 8h25 vor Beginn der Vorlesung im EW 201 oder im Briefkasten am Hintereingang des ER-Gebäudes***Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen.***Aufgabe 21 (6 Punkte): Elektrischer Dipol**Das Potenzial eines Dipols in Kugelkoordinaten ist durch $U(r, \vartheta) = \frac{p \cos(\vartheta)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ gegeben. Hierbei sind das Dipolmoment p und ϵ_0 Konstanten und ϑ ist der Polarwinkel. Benutzen Sie in den folgenden Aufgaben den Nabla-Operator in Kugelkoordinaten, wie auf dem letzten Übungsblatt hergeleitet.

- (a) Berechnen Sie das elektrische Feld $\underline{E} = -\underline{\nabla}U$.
- (b) Mit welcher Potenz nimmt $|\underline{E}|$ mit dem Abstand vom Dipol ab und für welche Winkel ϑ ist $|\underline{E}|$ minimal bzw. maximal?
- (c) Zeichnen Sie die Äquipotentiallinien von U und das Vektorfeld \underline{E} .

Aufgabe 22 (10 Punkte): Integralrechnung

Berechnen Sie folgende Integrale. Benutzen Sie dazu die bekannten Integrationsregeln, etwa Substitution oder partielle Integration.

- (a) $\int \sin \varphi \cos \varphi \, d\varphi$
- (b) $\int_0^{\pi/(2\omega)} e^{-\alpha t} \cos(\omega t) \, dt$
- (c) $\int_1^\infty \frac{2x}{x^3+x^2+x+1} \, dx$
- (d) $\int_e^\infty \frac{\ln x}{x^2} \, dx$
- (e) $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} \, dx$.

Aufgabe 23 (4 Punkte): Gravitationspotential

Gegeben sei die bereits aus Aufgabe 18 bekannte Gravitationskraft

$$\underline{F}_G(\underline{r}) = -\gamma \frac{mM}{r^2} \frac{\underline{r}}{r}.$$

Berechnen Sie das Potenzial $U(r)$ aus dem Linienintegral

$$U(r) = - \int_C \underline{F}_G(\underline{r}) \cdot d\underline{r}.$$

- (a) Wählen Sie den Integrationsweg C jeweils stückweise konstant entlang der Koordinatenachsen und verwenden Sie, um Integrale des Typs $\int_{x_a}^{x_e} \frac{x}{(x^2+c)^{3/2}} dx$ zu lösen, die Substitution $u = \sqrt{x^2 + c}$.
- (b) Parametrisieren Sie C durch den Radialstrahl $\underline{r}(\lambda) = \lambda \underline{e}_r$. Verifizieren Sie, dass beide Integrationswege zu dem selben Ergebnis führen.

Bitte Rückseite beachten! →

9. Übung SS14

Aufgabe 24 (Mündlich): *Felder*

- (a) Ist jedes Zentralfeld immer konservativ? Begründen Sie Ihre Aussage und nennen Sie Beispiele. Falls die Antwort "nein" ist, so geben sie eine weitere Bedingung an das Zentralfeld an, damit es konservativ wird.
- (b) Sind konservative Kraftfelder quellenfrei? Begründen Sie Ihre Aussage und nennen Sie Beispiele.
- (c) Berechnen Sie die Rotation des zweidimensionalen Vektorfeldes $\underline{F} = \omega\left(\frac{-y}{|x|}, \frac{x}{|x|}\right)^T$, wobei der Definitionsbereich $D(\underline{F}) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ist \underline{F} konservativ? Begründen Sie ihre Antwort rechnerisch mithilfe des Linienintegrals $\int_{\underline{K}} \underline{F} \cdot d\underline{r}$ über eine geschlossene Kurve \underline{K} . Diskutieren Sie das Ergebnis.

Vorlesung:

- Donnerstag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201.

Webseite:

- Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss.2014/pflichtveranstaltungen-_bachelorstudium/mm130/

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte.
- Mindestens 50% Teilnahme an mündlichen Aufgaben.
- Mindestens 1x Vorrechnen.
- Bestandene Klausur.

Bemerkung: Bei den Übungsaufgaben werden nur handschriftliche Originale akzeptiert. Keine Kopien oder elektronischen Abgaben.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
- Hermann Schulz: Physik mit Bleistift - Das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
- I. N. Bronstein: Taschenbuch der Mathematik