

Prof. Dr. Harald Engel

Dr. Julia Kabuß, Dipl. Phys. Maria Zeitz, Robert Kohlhaas BSc, Hagen-Henrik Kowalski BSc, Alexander Ziepke

2. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik**Abgabe: Bis Do. 07.05.2014 vor Beginn der Vorlesung im EW 201/ im Briefkasten am Hintereingang des ER-Gebäudes***Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen.***Aufgabe 4 (10 Punkte): Paramagnetismus: Langevin-Funktion**Bei einem paramagnetischen Material im Magnetfeld kommt es zu einer temperaturabhängigen Verstärkung \vec{M} des äußeren Magnetfeldes im Medium $\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M}$. Dieses makroskopische magnetische Moment ist in Bezug auf die Feldrichtung \vec{e}_z durch die *Langevin-Funktion* gegeben.

$$\begin{aligned}\vec{M} &= nmL(x)\vec{e}_z, \\ L(x) &= \coth(x) - \frac{1}{x}, \quad \text{mit} \quad x = \frac{mB}{k_B T}\end{aligned}\quad (1)$$

Hierbei ist m das mikroskopische magnetische Moment eines Atoms, n die Anzahldichte der Atome, k_B die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur. Berechnen Sie nun näherungsweise das Verhalten der Magnetisierung mithilfe von Taylor-Entwicklung 2. Ordnung für die beiden folgenden Fälle:

- Im Limes von hohen Temperaturen.
- Im Limes von tiefen Temperaturen. *Tipp: Substituieren Sie $y = e^{-2x}$ und entwickeln Sie $\coth(y)$ um den Entwicklungspunkt $y_0 = 0$.*
- Plotten Sie nun zum Vergleich die beiden Näherungen zusammen mit $L(x)$ für $-15 < x < 15$ und diskutieren Sie das Verhalten der Magnetisierung in den beiden Temperaturfällen in Bezug auf das B -Feld.

Aufgabe 5 (10 Punkte): Komplexe Zahlen

- a) Zeichnen Sie folgende komplexe Zahlen in die Gauß'sche Zahlenebene:

$$z_1 = 2 + 3i, \quad z_2 = -2i, \quad z_3 = -1 - i, \quad z_4 = 2 - i \quad (2)$$

Berechnen Sie außerdem den Betrag $r = \sqrt{zz^*}$ und geben Sie die Zahl in Polardarstellung an $z = re^{i\varphi}$ **3 und 4 mündlich**

- b) Berechnen Sie jeweils das Produkt und den Quotienten von
- z_1, z_2
- und
- mündlich**
- z_3, z_4
- .

- c) Berechnen Sie folgende Wurzeln und zeichnen Sie die Lösungen in die Zahlenebene ein

$$\sqrt[3]{-8}, \quad \sqrt[3]{1}, \quad \sqrt[5]{-1}, \quad \sqrt[i]{i} \quad (3)$$

Bitte Rückseite beachten! →

2. Übung SS14

d) Sei $a, b \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass gilt

$$\frac{1}{a + ib} = \frac{a - ib}{a^2 + b^2} \quad (4)$$

e) Zeigen Sie mithilfe der Multiplikationsregeln komplexer Zahlen, dass gilt

$$(\cos \varphi + i \sin \varphi)^n = \cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi). \quad (5)$$

Mündlich Beweisen Sie mithilfe des Ergebnisses die folgenden trigonometrische Identitäten:

$$\sin(2\varphi) = 2 \sin \varphi \cos \varphi \quad (6)$$

$$\cos(\varphi_1 \pm \varphi_2) = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \mp \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \quad (7)$$

$$\sin(\varphi_1 \pm \varphi_2) = \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \pm \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \quad (8)$$

$$\cosh(i\varphi) = \cos \varphi \quad (9)$$

$$\sinh(i\varphi) = i \sin \varphi \quad (10)$$

Vorlesung:

- Donnerstag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201.

Webseite:

- Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ss.2014/pflichtveranstaltungen-_bachelorstudium/mm130/

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte.
- Mindestens 50% Teilnahme an mündlichen Aufgaben.
- Mindestens 1x Vorrechnen.
- Bestandene Klausur.

Bemerkung: Bei den Übungsaufgaben werden nur handschriftliche Originale akzeptiert. Keine Kopien oder elektronischen Abgaben.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
- Hermann Schulz: Physik mit Bleistift - Das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
- I. N. Bronstein: Taschenbuch der Mathematik