

Prof. Dr. Tobias Brandes
Dr. Javier Cerrillo

10. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

Abgabe: Mi. 02.07.2014 bis 14:15 Uhr im EW 229 (Übungen)

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 24 (6 Punkte): BCS Theorie

a) Normalisieren Sie die Variations-Wellenfunktion $|\Psi_0\rangle = \prod_{\mathbf{k}} e^{g_{\mathbf{k}}} c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger |0\rangle$ damit sie die Form

$$(1) \quad |\Psi_0\rangle = \prod_{\mathbf{k}} \left(\sin \theta_{\mathbf{k}} + \cos \theta_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger \right) |0\rangle$$

einnimmt.

b) Leiten Sie den Ausdruck

$$(2) \quad \langle \Psi_0 | \mathcal{H}_{\text{BCS}} | \Psi_0 \rangle = \sum_{\mathbf{k}} 2\epsilon_{\mathbf{k}} \cos^2 \theta_{\mathbf{k}} + \frac{1}{4} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \sin 2\theta_{\mathbf{k}} \sin 2\theta_{\mathbf{k}'}$$

für den Erwartungswert der Grundzustandsenergie mit der BCS-Wellenfunktion (1) her.

c) Benutzen Sie (2) und zeigen Sie, dass für schwache Kopplung ($N(0)V_0 \ll 1$) der Erwartungswert der Energie im BCS-Zustand um

$$(3) \quad E_s - E_n \approx -\frac{1}{2} N(0) \Delta^2$$

gegenüber der Grundzustandsenergie des normalen Fermigas abgesenkt ist. Hinweis: Machen Sie sich klar, welche \mathbf{k} -Vektoren zur Summe beitragen. Eine Skizze der Funktion $\epsilon_{\mathbf{k}}$ in der Nähe von k_F ist nützlich.

Aufgabe 25 (7 Punkte): Bogoliubov-Transformation

Der mean-field Hamiltonian $\mathcal{H}_{\text{BCS}}^{(MF)}$ der BCS-Theorie ist quadratisch in den fermionischen Erzeugern und Vernichtern (Vorlesung) und kann deshalb durch eine unitäre Transformation (**Bogoliubov-Transformation**) diagonalisiert werden. Berechnen Sie diese Transformation und den resultierenden diagonalen Hamiltonian explizit.

Aufgabe 26 (7 Punkte): Kritische Temperatur

Leiten Sie den in der Vorlesung skizzenhaft hergeleiteten Zusammenhang

$$(4) \quad \frac{2\Delta(T=0)}{T_c} = \frac{2\pi}{e^c}$$

zwischen dem Gap des Supraleiters bei Temperatur $T=0$ und seiner kritischen Temperatur T_c ausführlich und explizit her. Welche Näherungen werden hier gemacht?

Bitte Rückseite beachten! →

10. Übung TFP SS14

- Vorlesung:**
- Dienstags 10–12 Uhr im EW 203
 - Mittwochs 10–12 Uhr im EW 203

- Übungen:**
- Mi 14–16 Uhr im EW 229

- Scheinkriterien:**
- Mindestens 60% der Übungspunkte
 - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Übungen

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Ashcroft, Mermin, *Festkörperphysik* (Oldenbourg)
- Kittel, *Quantentheorie der Festkörper* (Oldenbourg)
- Czycholl, *Theoretische Festkörperphysik* (Springer)
- Ibach, Lüth, *Festkörperphysik* (Springer)
- Jäger, Valenta, *Festkörpertheorie* (Wiley)
- U. Rössler, *Solid State Theory* (Springer)
- Haug, Koch, *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors* (World Scientific)
- Haken, *Quantenfeldtheorie des Festkörpers* (Teubner)
- Scherz, *Quantenmechanik* (Teubner)

Es existiert in der Abteilungsbibliothek Physik ein Semesterapparat zu dieser Vorlesung.

Hinweise:

Die Übungsblätter werden in der Regel am Dienstag in der Vorlesung ausgegeben. Die Abgabe erfolgt dann 15 Tage später um 14:15 im EW229 (Übungsraum).

Weitere Informationen können auf der Vorlesungshomepage <http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/> gefunden werden.