

Prof. Dr. Sabine Klapp,
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Dipl.-Phys. Ken Lichtner, M. Sc. Jan Totz, Kilian Kuhla

10. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Mo. 30.06.2014 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 28 (8 Punkte): Virialkoeffizient

In der Virialentwicklung realer Gase geringer Dichten lautet die Zustandsgleichung (für molare Größen)

$$\frac{pv}{RT} \approx 1 - B_2 \frac{N_A}{v} \quad \text{mit dem 2. Virialkoeffizienten} \quad B_2(T) = \frac{1}{2} \int d^3r \left(e^{-\beta\varphi(\mathbf{r})} - 1 \right)$$

für ein vorgegebenes Potential $\varphi(\mathbf{r})$ (p : molarer Druck, v : molares Volumen).

(a) Berechnen Sie $B_2(T)$ für das intermolekulare Sutherland-Potential

$$\varphi(r) = \begin{cases} +\infty & 0 < r < d, \\ -\varphi_0 \left(\frac{d}{r}\right)^m & d \leq r < +\infty, \varphi_0 > 0, m > 3 \end{cases}$$

exakt (in Form einer Reihe) und im Hochtemperaturlimes $\beta\varphi_0 \ll 1$. d ist der Durchmesser eines Teilchens.

(b) Bringen Sie die Zustandsgleichung in die Form der Van der Waals-Gleichung für geringe Dichten und bestimmen sie das Eigenvolumen b und den Binnendruck a in Abhängigkeit von den Parametern φ_0 und d .

Hinweis: Es genügt die Reihe aus (a) nur bis zur ersten Ordnung zu betrachten. Die Gasteilchen können als kugelförmig angenommen werden. Für das Volumen eines Gasteilchens gilt also: $V_K = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3$.

Aufgabe 29 (6 Punkte): Kritischer Punkt im van der Waals-Gas

Betrachten Sie ein van der Waals-Gas mit der Teilchendichte $\rho = \frac{N}{V} = \frac{1}{v}$. Führen Sie die neuen Zustandskoordinaten

$$\hat{p} := \frac{p - p_c}{p_c}, \quad \hat{v} := \frac{V - V_c}{V_c}, \quad \hat{t} := \frac{T - T_c}{T_c}$$

ein, wobei der Index c sich auf den kritischen Punkt bezieht. Zeigen Sie, dass die Zustandsgleichung in der Nähe des kritischen Punktes durch $\hat{p} \approx A\hat{t} - B\hat{t}\hat{v} - C\hat{v}^3$ approximiert werden kann. Bestimmen Sie die Konstanten A, B und C .

Aufgabe 30 (8 Punkte): Paramagnetismus

Betrachten Sie ein System aus N magnetischen Dipolen auf einem Gitter, welches sich in einem äußeren Magnetfeld $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ und bei der Temperatur T befindet. Die Dipole wechselwirken nicht untereinander, und die Hamilton-Funktion ist durch

$$H(\{\theta_i\}, \{\varphi_i\}) = -\mu B \sum_{i=1}^N \cos \theta_i$$

gegeben. Hier ist θ_i der Winkel der Achse des i -ten Dipols mit dem äußeren Magnetfeld und φ_i entsprechend der Polarwinkel.

10. Übung TPIV SS14

(a) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme und zeigen Sie, dass für diese

$$Z = \left[\frac{4\pi}{\beta\mu B} \sinh(\beta\mu B) \right]^N$$

gilt.

(b) Zeigen Sie, dass die mittlere Magnetisierung $M = \left\langle \sum_{i=1}^N \mu \cos \theta_i \right\rangle$ die Relation

$$M = N\mu \left[\frac{1}{\tanh(\beta\mu B)} - \frac{1}{\beta\mu B} \right]$$

erfüllt.

(c) Bestimmen Sie die mittlere Magnetisierung im Grenzfall hoher Temperaturen, d.h. $\beta\mu B \ll 1$ und zeigen Sie, dass für hohe Temperaturen dieses System dem Curie-Gesetz unterliegt:

$$\chi(B=0) = \left(\frac{\partial M}{\partial B} \right)_{B=0} = \frac{C}{T}.$$

Wie lautet die Konstante C ?

Vorlesung: Mi. um 12:15 Uhr – 13:45 Uhr in EW 203,
Fr. um 8:30 Uhr – 10:00 Uhr in EW 203.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien (mindestens einmal vorrechnen).
- Bestandene Klausur.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- M. Plischke, B. Bergersen, Equilibrium Statistical Physics, (World Scientific)
- W. Nolting, Theoretische Physik 6, (Springer)
- F. Schwabl, Statistische Mechanik, (Springer)
- L. D. Landau, E. M. Lifschitz, Statistische Physik (Akademie Verlag)
- D. Wu, D. Chandler, Introduction to Modern Statistical Mechanics, (Oxford)
- L. E. Reichel, A Modern Course in Statistical Physics, (Edward Arnold LTD)

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Sabine Klapp	Di	12:15 – 13:00 Uhr	EW 707	23763
Arash Azhand	Do	15:15 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Ken Lichtner	Mi	15:15 – 16:00 Uhr	EW 266	28849
Jan Totz	Do	15:15 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Kilian Kuhla	Di	13:15 – 14:00 Uhr	EW 60/61	26143