

Prof. Dr. Sabine Klapp,
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Dipl.-Phys. Ken Lichtner, M. Sc. Jan Totz, Kilian Kuhla

2. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Fr. 02.05.2014 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 4 (6 Punkte): Momente und Kumulanten

Die charakteristische Funktion einer Wahrscheinlichkeitsverteilung ist durch $f(k) = \langle \exp(ikx) \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} M_n (ik)^n / (n!)$ gegeben. Hier sind $M_n = \langle x^n \rangle = (-i)^n (d^n f / dk^n)_{k=0}$ die Momente der Verteilungsfunktion. Analog lässt sich der Logarithmus von $f(k)$ gemäß $\ln f(k) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (ik)^n / (n!)$ entwickeln. Dabei treten die sogenannten Kummulanten C_n auf.

Berechnen Sie sowohl die charakteristische Funktion als auch die Momente M_1 , M_2 und alle Kummulanten C_n für die folgenden Verteilungsfunktionen:

- (a) Gauß-Verteilung mit einer kontinuierlichen Variable $x \in \mathbf{R}$

$$W(x) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\sigma^2}} \exp[-(x - \mu)^2 / (2\sigma^2)].$$

- (b) Poisson-Verteilung mit einer diskreten Variablen $x \in \mathbf{N}$

$$W(x) = \frac{\lambda^x}{x!} \exp(-\lambda).$$

Aufgabe 5 (8 Punkte): Der zentrale Grenzwertsatz

In dieser Aufgabe betrachten wir eine gleichmäßige Verteilung von natürlichen Zahlen zwischen Null und $(N - 1)$.

- (a) Wie lautet die Verteilungsfunktion $W_1(n)$? Achten Sie auf eine korrekte Normierung, d.h. $\langle 1 \rangle = \sum_{n=0}^{N-1} W_1(n) = 1$.

- (b) Zeigen Sie, dass

$$f(k) = \frac{1}{N} \frac{1 - e^{ikN}}{1 - e^{ik}}$$

die zugehörige charakteristische Funktion ist.

- (c) Berechnen Sie mit Hilfe der charakteristischen Funktion den Mittelwert $\langle n \rangle$ und die Varianz $\langle (\Delta n)^2 \rangle$ der Zufallsvariablen n .

- (d) Betrachten Sie nun $N_z \gg 1$ (z.B. $N_z = 20$) solcher Zufallsvariablen n_1, n_2, \dots, n_{N_z} und berechnen Sie numerisch die Verteilungsfunktion W_z für die Zufallsvariable

$$z = n_1 + n_2 + \dots + n_{N_z}.$$

Achten Sie auch hier wieder auf eine korrekte Normierung der Verteilungsfunktion W_z . Berechnen Sie damit den Mittelwert und die Varianz dieser Verteilung und diskutieren Sie Ihre Ergebnisse mit Hilfe des zentralen Grenzwertsatzes.

2. Übung TPIV SS14

Aufgabe 6 (6 Punkte): *Harmonischer Oszillator im Phasenraum*

Der harmonische Oszillator wird durch die Hamilton-Funktion $H(x, p) = p^2/(2m) + m\omega^2 x^2/2$ beschrieben.

- (a) Berechnen Sie die Trajektorie $\Gamma(t)$ und zeichnen Sie diese im Phasenraum (x - p -Ebene).
- (b) Diskutieren Sie, ob der harmonische Oszillator ergodisch ist.

Vorlesung: Mi. um 12:15 Uhr – 13:45 Uhr in EW 203,
Fr. um 8:30 Uhr – 10:00 Uhr in EW 203.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien (mindestens einmal vorrechnen).
- Bestandene Klausur.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- M. Plischke, B. Bergersen, *Equilibrium Statistical Physics*, (World Scientific)
- W. Nolting, *Theoretische Physik 6*, (Springer)
- F. Schwabl, *Statistische Mechanik*, (Springer)
- L. D. Landau, E. M. Lifschitz, *Statistische Physik* (Akademie Verlag)
- D. Wu, D. Chandler, *Introduction to Modern Statistical Mechanics*, (Oxford)
- L. E. Reichel, *A Modern Course in Statistical Physics*, (Edward Arnold LTD)

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Sabine Klapp	Di	12:15 – 13:00 Uhr	EW 707	23763
Arash Azhand	Do	15:15 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Ken Lichtner	Mi	15:15 – 16:00 Uhr	EW 266	28849
Jan Totz	Do	15:15 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Kilian Kuhla	Di	13:15 – 14:00 Uhr	EW 60/61	26143