

Prof. Dr. Sabine Klapp,
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Dipl.-Phys. Ken Lichtner, M. Sc. Jan Totz, Kilian Kuhla

3. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Fr. 09.05.2014 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 7 (6 Punkte): Zustandssumme eines Paramagneten

Betrachten Sie ein System aus N nicht-wechselwirkenden Spins ($s = \frac{1}{2}$) in einem externen magnetischen Feld \mathbf{H} . Der Hamiltonian ist gegeben durch $H = -h \sum_{i=1}^N \sigma_i$ mit $\sigma_i = \pm 1$ und $h = -\mu_B |\mathbf{H}|$. Berechnen Sie die Zahl der Zustände mit fester Gesamtenergie E nach der Relation

$$\Omega = \sum_{\{\sigma\}} \delta(E - H),$$

wobei $\sum_{\{\sigma\}}$ die Summe über alle Spin-Konfigurationen ist.

Hinweis: Benutzen Sie die Integraldarstellung der Deltafunktion. Der resultierende Integrand kann geschrieben werden in der Form $\exp[Nf(k)]$. Entwickeln Sie $f(k)$ bis zur zweiten Ordnung in k und bestimmen sie das Integral.

Aufgabe 8 (8 Punkte): Totale Differentiale

Wir betrachten die Differentialform 1. Ordnung (totale Differentialgleichung) der Form

$$(1) \quad P(x, y, z)dx + Q(x, y, z)dy + R(x, y, z)dz = 0.$$

1. Wann nennt man das Differential (1) exakt, wann integrierbar und wann nicht integrierbar?
2. Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden Integrierbarkeitsbedingung der Differentialform (1)

$$(2) \quad P \cdot \left(\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y} \right) + Q \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z} \right) + R \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = 0.$$

In welchem Fall ist dann die Differentialform exakt? Hinweis: Benutzen Sie dazu die Definition der Integrierbarkeit sowie die Vertauschung von Ableitungen. Vergessen Sie nicht den integrierenden Faktor mitzubedenken.

3. Sei nun folgende totale Differentialgleichung gegeben: $y^2 dx - z dy + y dz = 0$.
 - (a) Überprüfen Sie diese Differentialgleichung auf die Integrierbarkeit.
 - (b) Handelt es sich um ein exaktes Differential? Falls nicht, wie lautet der integrierende Faktor.
 - (c) Lösen Sie diese Gleichung, d.h. finden Sie eine Stammfunktion.

Aufgabe 9 (6 Punkte): Zeit- und Ensemble-Mittelwerte

Betrachten Sie ein Teilchen, das sich auf dem Einheitsquadrat ($0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$) bewegt, gemäß der Bewegungsgleichungen $\dot{x} = \alpha$ und $\dot{y} = 1$. Nehmen Sie periodische Randbedingungen an.

Sei nun die Funktion

$$f(x, y) = \sum_{l, m=-\infty}^{\infty} A_{lm} \exp[2\pi i (lx + my)],$$

3. Übung TPIV SS14

mit $l, m \in \mathbb{N}$, gegeben.

- (a) Berechnen Sie den Zeitmittelwert der Funktion $f(x, y)$.
- (b) Bestimmen Sie den Ensemble-Mittelwert für $f(x, y)$.
- (c) Für welchen Wert von α sind die beiden Mittelwerte gleich?

Vorlesung: Mi. um 12:15 Uhr – 13:45 Uhr in EW 203,
Fr. um 8:30 Uhr – 10:00 Uhr in EW 203.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien (mindestens einmal vorrechnen).
- Bestandene Klausur.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- M. Plischke, B. Bergersen, Equilibrium Statistical Physics, (World Scientific)
- W. Nolting, Theoretische Physik 6, (Springer)
- F. Schwabl, Statistische Mechanik, (Springer)
- L. D. Landau, E. M. Lifschitz, Statistische Physik (Akademie Verlag)
- D. Wu, D. Chandler, Introduction to Modern Statistical Mechanics, (Oxford)
- L. E. Reichel, A Modern Course in Statistical Physics, (Edward Arnold LTD)

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Sabine Klapp	Di	12:15 – 13:00 Uhr	EW 707	23763
Arash Azhand	Do	15:15 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Ken Lichtner	Mi	15:15 – 16:00 Uhr	EW 266	28849
Jan Totz	Do	15:15 – 16:00 Uhr	EW 627	27681
Kilian Kuhla	Di	13:15 – 14:00 Uhr	EW 60/61	26143