Prof. Dr. Andreas Knorr
Dr. Heiko Appel
Dr. Marten Richter

4. Übungsblatt – Theoretische Physik VI: Theoretische Optik

Abgabe: Bis Mo. 26.05.2014 in der Übung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe erfolgt in Dreier- oder Vierergruppen.

Aufgabe 1 (9 Punkte): *Herleitung des Absorptionsspektrums*

Ein Absorptionsspektrum gemessen in einem homogenen Medium (ohne Grenzflächen) ist eine wichtige Größe. Die dabei gemessenen Größen und ihr Gültigkeitsbereich sollen in dieser Aufgabe abgeleitet werden.

1. Starten Sie von der Maxwellgleichung im Medium und zeigen Sie, dass für den Ansatz einer ebene Welle in z-Richtung laufende Welle $\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{E}_0 e^{\imath kz - \imath\omega t}$, die folgende Lösung $\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{E}_0 e^{\imath k' z - \imath\omega t - \kappa'_a z/2}$ mit $k'(\omega) = \frac{\omega \tilde{n}(\omega)}{c}$ und $\kappa'_a(\omega) = \frac{2\omega\kappa(\omega)}{c}$ gilt.

2. Wir zerlegen die Suszeptibiltät χ in Imaginär und Realteil $\chi(\omega) = \chi'(\omega) + \imath\chi''(\omega)$. Zeigen Sie die folgenden beiden Relationen

$$\tilde{n}(\omega) = \sqrt{\frac{1+\chi'(\omega)}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(1+\chi'(\omega))^2 + \chi''(\omega)^2}} \tag{1}$$

$$\kappa(\omega) = \frac{\chi''(\omega)}{2\tilde{n}(\omega)} \tag{2}$$

   $\kappa(\omega)$ ist dabei der Absorptionskoeffizient der in einem Absorptionsspektrum gemessen wird.

3. In welchem Fall gilt:

$$\tilde{n}(\omega) = \sqrt{1+\chi'(\omega)}? \tag{3}$$

Bitte Rückseite beachten!⟶

Aufgabe 2 (10 Punkte): *Reflektion an einer Grenzfläche und Eigenschaften der Suszeptibilität*
Wir betrachten eine ebene Welle, die aus dem Vakuum kommt und senkrecht auf einen Halbraum mit dem Berechungsindex n trifft.Wobei $n(\omega) =: \tilde{n}+\imath\kappa(\omega)$ gilt. Die Reflektivität ist dann gegeben durch

$$R = \left|\frac{1-n(\omega)}{1+n(\omega)}\right|^2 \tag{4}$$

und die Transmitivität (direkt hinter der Grenzfläche) als

$$T = \frac{4\mathrm{Re}(n(\omega))}{|1+n(\omega)|^2}. \tag{5}$$

(i) Plasma: Wir betrachten zunächst die Suszeptibilität eines Plasmas, diese ist gegeben als $\chi(\omega) = -\frac{\omega_{pl}^2}{\omega^2+\imath\gamma\omega}$.

1. Betrachten Sie zunächst für $\gamma = 0$ die Reflektivität R und Transmitivität T analytisch für $\omega < \omega_{pl}$ und $\omega > \omega_{pl}$. Was erwarten Sie für die beiden Fälle ausgehend von den Formeln?

2. Plotten Sie nun numerisch mit $\gamma = 0.1\omega_{pl}$, die Reflektivität, die Transmitivität und den Real- und Imaginärteil von χ. Kommentieren und Interpretieren Sie jeden Plot.

(ii) Zwei Niveausystem: Wir betrachten ein Zweiniveausystem, dessen Beitrag zur Suszeptibilität sei gegeben als: $\chi(\omega) = \frac{n_0|d_{12}|^2}{\varepsilon_0}(\rho_1-\rho_2)\frac{2\omega_0}{\omega_0^2-\omega^2-2\imath\omega\gamma+\gamma^2}$. Wir wählen $n_0 = 1$ und $\frac{|d_{12}|^2}{\varepsilon_0} = 0.3\cdot\omega_0$, sowie $\gamma = 0.1\omega_0$. Plotten und interpretieren Sie für die Fälle $\rho_1 >> \rho_2$, $\rho_1 = \rho_2$ sowie $\rho_1 << \rho_2$ die Reflektivität, die Transmitivität und den Real- und Imaginärteil von χ.
(iii) Abweichungen von den Standardformeln: Plotten Sie für die beiden Fälle (Plasma und Zweiniveausystem) außerdem noch $\kappa(\omega)$ und $\tilde{n}(\omega)$ (Gl. (1) und (2)) und vergleichen Sie diese mit dem Imaginär und Realteil von χ.