

Prof. Dr. Tobias Brandes

Dr. Javier Cerrillo, Dr. Torben Winzer, Samuel Brem BSc, Henrik Kowalski BSc, Sina Böhling, Jonas Rezacek

**7. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik SS 2015****Abgabe: Fr. 12.06.2015 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude***Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.***Aufgabe 19 (8 Punkte): Schrödinger-Gleichung des freien Teilchens**Die Schrödinger-Gleichung eines freien Teilchens der Masse  $m$ , das sich in einer Dimension bewegt lautet

$$(1) \quad i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t).$$

Hierbei ist  $\Psi(x, t)$  die Wellenfunktion des Teilchens und

$$(2) \quad |\Psi(x, t)|^2 dx \equiv p(x, t) dx$$

ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Intervall  $[x, x + dx]$  zu finden.

1. (4 Punkte) Lösen Sie die Schrödinger-Gleichung in einer Dimension auf dem unendlichen Intervall  $x \in (-\infty, \infty)$  für ein gegebenes  $\Psi_0(x)$ . Interpretieren Sie das Ergebnis physikalisch.
2. (4 Punkte) Ein Teilchen sei im Nullpunkt lokalisiert. Berechnen Sie explizit die zugehörige Wellenfunktion  $\Psi(x, t)$  für

$$(3) \quad \Psi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right).$$

Geben Sie eine anschauliche Erklärung der zeitliche Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsdichte des Teilchens  $|\Psi(x, t)|^2 dx$ . *Hinweis:* Benutzen Sie den Faltungssatz der Fourier-Transformation.**Aufgabe 20 (5 Punkte): Greensche Funktion**Sei ein allgemeiner Differential-Operator  $L$  und die inhomogene Differentialgleichung

$$(4) \quad L \cdot u(x) = f(x)$$

gegeben. Die zugehörige Greensche Funktion  $G(x)$  ist die Lösung der Differential-Gleichung

$$(5) \quad L \cdot G(x, s) = \delta(x - s),$$

wobei  $\delta(x)$  die Diracsche Delta-Distribution darstellt.

1. (1 Punkt) Zeigen Sie, dass das Faltungsintegral  $G * f$  eine Lösung der Differential-Gleichung (4) ist.
2. (2 Punkte) Betrachten Sie die inhomogene Integrodifferential-Gleichung

$$(6) \quad \ddot{u} + \beta \dot{u} + \omega_0^3 \int_{-\infty}^{\infty} ds e^{-\omega_0|t-s|} u(s) = A \cos^2(\bar{\omega}t) - \frac{A}{2}$$

und finden Sie die zugehörige Greensche Funktion im Fourier-Raum. *Hinweis:* Benutzen Sie die Fourier-Darstellung der Diracschen Delta-Distribution und Aufgabe 16.

3. (2 Punkte) Finden Sie die Lösung zur Differential-Gleichung (6).

**Bitte Rückseite beachten! →**

7. Übung MM SS 2015

**Aufgabe 21 (7 Punkte): 1D-Wellengleichung**

Die eindimensionale Wellengleichung lautet

$$(7) \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(x, t) = c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} E(x, t),$$

wobei  $x \in (-\infty, \infty)$ .

1. (4 Punkte) Transformieren Sie Gl.7 in den Impulsraum und finden Sie die Lösung für die allgemeine Anfangsbedingungen  $E(x, 0)$  und  $\partial_t E(x, 0)$ .
2. (3 Punkte) Verwenden Sie die Variablen  $\xi = x - ct$  und  $\eta = x + ct$  um Gl.7 in die neue Differentialgleichung

$$(8) \quad \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} E = 0$$

zu transformieren. Zeigen Sie, dass  $E(\xi, \eta) = F(\xi) + G(\eta)$  eine Lösung ist. Lösen Sie außerdem Gl.8 für die im vorherigen Aufgabenteil gegebenen Anfangsbedingungen.

**Vorlesung:** • Donnerstags 08–10 Uhr im EW 201

**Übungen:**

Mo	10–12 Uhr	EW 731, EW 229
Mo	14–16 Uhr	EW 114, EW 229
Di	12–14 Uhr	EW 229, EW 733
Di	16–18 Uhr	EW 114, EW 229
Do	16–18 Uhr	EW 731
Fr	10–12 Uhr	EW 731

**Scheinkriterien:** • Mindestens 50% der Übungspunkte

- Bestandene Klausur
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien

**Sprechzeiten:**

Prof. Dr. Tobias Brandes	EW 744	Mo	13-14 Uhr	brandes@physik.tu-berlin.de
Dr. Javier Cerrillo	EW 705	Mi	11-12 Uhr	cerrillo@tu-berlin.de
Dr. Torben Winzer	EW 703	Mi	16-17 Uhr	t.winzer@mailbox.tu-berlin.de
Sina Böhling	EW 060	Mi	09-10 Uhr	sina.boehling@campus.tu-berlin.de
Samuel Brem	EW 060	Do	15-16 Uhr	samuel.brem@physik.tu-berlin.de
Henrik Kowalski	EW 060	Mo	16-17 Uhr	henrik@physik.tu-berlin.de
Jonas Rezacek	EW 060	Di	14-15 Uhr	rezacek@campus.tu-berlin.de

**Hinweise:**

Die Übungsblätter werden bis Freitag 12 Uhr im Briefkasten des ER-Gebäudes abgegeben.

Weitere Informationen können auf der Vorlesungshomepage des Instituts für Theoretische Physik gefunden werden.