

Prof. Dr. Tobias Brandes

Dr. Javier Cerrillo, Dr. Torben Winzer, Samuel Brem BSc, Henrik Kowalski BSc, Sina Böbling, Jonas Rezacek

8. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik SS 2015**Abgabe: Fr. 19.06.2015 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude***Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.***Aufgabe 22 (7 Punkte): Bogenlänge einer Spirale**

Eine logarithmische Spirale läßt sich am einfachsten in Polarkoordinaten angeben:

$$r(\varphi) = e^{k\varphi} \quad \text{mit } k > 0 \quad \text{und} \quad -\infty < \varphi < \infty.$$

- (a) (1 Punkt) Geben Sie eine Parameterform in kartesischen Koordinaten an.
- (b) (3 Punkte) Berechnen Sie die Bogenlänge vom Ursprung ausgehend. Geben Sie die Spirale durch die Bogenlänge parametrisiert an.
- (c) (3 Punkte) Berechnen Sie das Skalarprodukt zwischen dem (normierten) Tangentialvektor \mathbf{t} und den Vektoren \mathbf{e}_r und \mathbf{e}_φ . Interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 23 (4 Punkte): Metrischer TensorBerechnen Sie den metrischen Tensor g_{ij} für

- (a) (2 Punkte) sphärische Polarkoordinaten und
- (b) (2 Punkte) Zylinderkoordinaten.

Aufgabe 24 (7 Punkte): Schraubenlinie

Paul sieht im Schwimmbad eine Rutsche in der Form einer Schraubenlinie. Als angehender Physiker möchte er nichts dem Zufall überlassen. Vor der Rutschpartie überlegt er sich daher Folgendes: Wenn ich, idealisiert als Massenpunkt der Masse m , mit der Kreisfrequenz ω auf dieser Schraubenlinie mit dem Radius R um die z -Achse herumrutsche, bedeutet dies, dass die Projektion der Bahnkurve auf die x, y -Ebene eine Kreisbahn mit dem Radius R ist. Falls meine Geschwindigkeit in z -Richtung den Betrag v_z hat und ich zum Zeitpunkt $t = 0$ den Punkt $\mathbf{P} = (R, 0, 0)$ passiere kann ich mir meine Bahn im Vorhinein überlegen. Sie können Paul nun dabei helfen:

- (a) (1 Punkt) Geben Sie die Bahnkurve für diese Bewegung an.
- (b) (2 Punkte) Berechnen Sie die in der Zeit t zurückgelegte Weglänge $s(t) = \int_0^t \left| \frac{d\mathbf{r}(t')}{dt'} \right| dt'$ und drücken Sie \mathbf{r} als Funktion von s aus.
- (c) (4 Punkte) Berechnen Sie die Tangenten-, Normalen- und Binormalen-Einheitsvektoren \mathbf{t} , \mathbf{n} und \mathbf{b} , die das begleitende Dreibein bilden.

Bitte Rückseite beachten! →

8. Übung MM SS 2015

Aufgabe 25 (2 Punkte): Kreuzprodukt und Levi-Civita-Tensor

Seien $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$. Dann gilt für die Komponenten des Kreuzproduktes $\mathbf{a} = \mathbf{b} \times \mathbf{c}$ die Beziehung $a_i = \varepsilon_{ijk} b_j c_k$, wobei ε_{ijk} der Levi-Civita-Tensor ist. Beweisen Sie mittels dieser Definition

(a) (2 Punkte) die Lagrange-Identität: $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{d}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{d})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$

(b) (2 Bonuspunkte) und die Graßmann-Identität (auch BAC-CAB-Regel genannt): $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$.

Hinweis: $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{imn} = \delta_{jm}\delta_{kn} - \delta_{jn}\delta_{km}$

Vorlesung: • Donnerstags 08–10 Uhr im EW 201

Übungen:

Mo	10–12 Uhr	EW 731, EW 229
Mo	14–16 Uhr	EW 114, EW 229
Di	12–14 Uhr	EW 229, EW 733
Di	16–18 Uhr	EW 114, EW 229
Do	16–18 Uhr	EW 731
Fr	10–12 Uhr	EW 731

Scheinkriterien: • Mindestens 50% der Übungspunkte

- Bestandene Klausur
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien

Sprechzeiten:

Prof. Dr. Tobias Brandes	EW 744	Mo	13-14 Uhr	brandes@physik.tu-berlin.de
Dr. Javier Cerrillo	EW 705	Mi	11-12 Uhr	cerrillo@tu-berlin.de
Dr. Torben Winzer	EW 703	Mi	16-17 Uhr	t.winzer@mailbox.tu-berlin.de
Sina Böhling	EW 060	Mi	09-10 Uhr	sina.boehling@campus.tu-berlin.de
Samuel Brem	EW 060	Do	15-16 Uhr	samuel.brem@physik.tu-berlin.de
Henrik Kowalski	EW 060	Mo	16-17 Uhr	henrik@physik.tu-berlin.de
Jonas Rezacek	EW 060	Di	14-15 Uhr	rezacek@campus.tu-berlin.de

Hinweise:

Die Übungsblätter werden bis Freitag 12 Uhr im Briefkasten des ER-Gebäudes abgegeben.

Weitere Informationen können auf der Vorlesungshomepage des Instituts für Theoretische Physik gefunden werden.