Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik 1. Juli 2015
http://www.tu-berlin.de/?qm15

Prof. Dr. Harald Engel
Judith Lehnert, Benjamin Lingnau, Maria Zeitz, Julian Böll, Alexander Ziepke

11. Übungsblatt – Theoretische Physik II: Quantenmechanik

Abgabe: Fr. 03.07.2015 bis 14 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Aufgabe 28 (1+3.5+5.5=10 Punkte): *Gestörter harmonischer Oszillator*

Betrachten Sie den linearen anharmonischen Oszillator, dessen Hamiltonoperator durch $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$ mit

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2 \quad \text{und} \quad \hat{H}_1 = \varepsilon c\hat{x}^4$$

und $|\varepsilon| \ll 1$ gegeben sei.

(a) Drücken Sie den Hamiltonoperator durch die Leiteroperatoren $\hat{a}$ und $\hat{a}^\dagger$ aus.

(b) Berechnen Sie die Energiekorrektur erster Ordnung $E_n^{(1)}$ und geben Sie explizit $E_0^{(1)}$ an.

(c) Berechnen Sie nun auch die zweite Energiekorrektur zur Grundzustandsenergie.
Hinweis: Sie Summation erfolgt über alle ungestörten Eigenfunktionen von $\hat{H}_0$. Bergründen Sie zunächst, warum die meisten Summanden keinen Beitrag zum Ergebnis leisten.

Aufgabe 29 (3+3+4=10 Punkte): *Rabioszillationen*
In der Vorlesung wurde das Zwei-Niveau-System mit Ankopplung von Elektronen an ein elektromagnetisches Feld eingeführt. Dabei sind die Zustände durch

$$|\Psi\rangle = c_0(t)\,|0\rangle + c_1(t)\,|1\rangle$$

beschrieben, wobei $|c_i|^2$ jeweils die Besetzungswahrscheinlichkeiten des Grundzustandes bzw. des angeregten Zustandes sind.

(a) Verifizieren Sie, dass für die resonante Anregung ($\omega = \omega_0$) die Koeffizienten

$$\tilde{c}_0(t) = \cos\left(\frac{1}{2}\theta(t)\right) \quad \text{und} \quad \tilde{c}_1(t) = \sin\left(\frac{1}{2}\theta(t)\right)$$

Lösungen der gekoppelten Differentialgleichungen

$$\dot{\tilde{c}}_0(t) = -\frac{\mu\cdot\tilde{\mathbf{E}}(t)}{2\hbar}\tilde{c}_1(t) \quad \text{und} \quad \dot{\tilde{c}}_1(t) = \frac{\mu\cdot\tilde{\mathbf{E}}(t)}{2\hbar}\tilde{c}_0(t)$$

sind, wobei $\tilde{c}_i = c_i\exp(\mp i\omega_0/2t)$ und $\theta(t) = \int_{-\infty}^{t}\tilde{\Omega}(t')\,\mathrm{d}t'$ die Pulsfläche sei.

(b) Diskutieren Sie die Lösung ausführlich. In welchem Zustand befindet sich das System, wenn die Pulsfläche θ gerade die Werte $\frac{\pi}{2}, \pi$ und 2π annimmt?

(c) Bestimmen Sie für einen Puls der Form

$$\tilde{\Omega}(t) = \begin{cases} \frac{A\pi}{2\tau}\cos\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) & \text{für } -\tau/2 < t < \tau/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

die analytische Lösung. Plotten Sie die Besetzungswahrscheinlichkeiten $|\tilde{c}_0|^2$ und $|\tilde{c}_1|^2$ im Bereich von $t = [-2.5\,\mathrm{ps}, 2.5\,\mathrm{ps}]$ für $\tau = 5\,\mathrm{ps}$ und $A = 3\pi$.

Wochenplan					
	Mo	**Di**	**Mi**	**Do**	**Fr**
08-10		EW 202 HE	EW 202 HE		
10-12				EW 229 JB	EW 229 MZ
12-14	EW 114 AZ EW 229 JB			EW 229 AZ	
14-16					
16-18			EW 114 JL EW 229 BL		

Sprechstunden			
HE	Prof. Dr. Harald Engel	Mi 14:30-16	EW 738
AZ	Alexander Ziepke	Mi 14-15	EW 060
BL	Benjamin Lingnau	Di 14-15	EW 629
JB	Julian Böll	Mi 15-16	EW 060
JL	Judith Lehnert	Mo 15-16	ER 246
MZ	Maria Zeitz	Do 14-15	EW 702