Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)
Dr. Johannes Blaschke (Sprechstunde: Mi 10:00-11:00 in EW 708)

3. Übungsblatt – Statistische Physik

Abgabe/Vorrechnen: Mo. 04.05.2015 im Tutorium (16:00 - 17:30 EW 731)

M **Aufgabe 10**: *Kontinuitätsgleichung*

Zeigen Sie, dass aus der Erhaltung der Wahrscheinlichkeit im $6N$ dimensionalen Phasenraum eines Systems die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0\,, \tag{4.4}$$

folgt, mit der Wahrscheinlichkeitsstromdichte

$$\mathbf{j} = \rho \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{pmatrix} .$$

Hinweis: Betrachten Sie die Wahrscheinlichkeitsströme zusammen mit einem kleinem Volumen im Phasenraum.

M **Aufgabe 11**: *Gleichgewicht*

Zeigen Sie, dass eine Wahrscheinlichkeitsdichte $\rho(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)$ genau dann eine Gleichgewichtsdichte ist, wenn $\rho(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)$ nur eine Funktion des Hamiltonians $H(\mathbf{q}, \mathbf{p})$ ist.

S **Aufgabe 12 (4 Punkte):** *Analogie zum Ehrenfest-Theorem*

Zeigen Sie, dass die Zeitentwicklung des Mittelwertes einer Observablen

$$\langle A \rangle = \int \rho(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) A(\mathbf{q}, \mathbf{p})\, d\Gamma\,, \tag{4.3}$$

gegeben ist durch

$$\frac{d}{dt}\langle A \rangle = \langle \{A, H\} \rangle\,. \tag{4.7}$$

Hinweis: Verwenden Sie die Liouville-Gleichung:

$$\dot{\rho} = -\{\rho, H\}$$

wobei $\{\cdot, \cdot\}$ die Poisson-Klammer, und H die Hamilton-Funktion, sind.

S **Aufgabe 13 (6 Punkte):** *1D Gas*

Ein Ensemble aus Gasteilchen befinde sich zur Zeit $t = 0$ an einem Punkt $q = 0$, mit normalverteilten impulse, p:

$$\rho(q, p, t = 0) = \delta(q) f(p); \quad \text{mit} \quad f(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m k_B T}} \exp\left(-p^2/2mk_BT\right).$$

Für $t > 0$, dürfen sich die Teilchen, unter Einfluss eines konstanten Potentials $V(q) = V_0$, frei bewegen. Bestimmen Sie die Zeitentwicklung der Phasenraum-Dichte $\rho(q, p, t)$ und skizzieren sie diese in der (q, p) Ebene. Berechnen Sie $\langle p^2 \rangle$ und $\langle q^2 \rangle$.