

Prof. Dr. Sabine H. L. Klapp
 Dr. Alice von der Heydt
 Inst. f. Theoret. Physik, TU Berlin

Blatt 10

Abgabe: Do., 02.07.2015, 10:15 Uhr,
 in/vor der Vorlesung
 Bitte Lösungen großzügig kommentieren und mit Namen versehen!

Aufgabe 23. Evolutionsgleichung für Zweiteilchendichte

(12 Punkte)

Leiten Sie aus der integrierten Vielteilchen-Smoluchowski-Gleichung für Paarwechselwirkungen eine Evolutionsgleichung für die Zweiteilchendichte $\varrho^{(2)}(\underline{r}_1, \underline{r}_2, t)$ her, indem Sie sich an der Herleitung der Gleichung für die Einteilchendichte in der Vorlesung orientieren. Zeigen Sie, dass die exakte Gleichung für $\varrho^{(2)}(\underline{r}_1, \underline{r}_2, t)$ nicht geschlossen ist, da sie von der Dreiteilchendichte $\varrho^{(3)}(\underline{r}_1, \underline{r}_2, \underline{r}_3, t)$ abhängt.

Aufgabe 24. Gleichung für Einteilchendichte in adiabatischer Näherung

(8 Punkte)

Verifizieren Sie ausgehend von Glg. (**) aus der Vorlesung vom 18.6. die angegebene kompakte Form der Evolutionsgleichung für die Einteilchendichte im Rahmen der dynamischen Dichtefunktionaltheorie,

$$\frac{\partial}{\partial t} \varrho(\underline{r}_1, t) = D \nabla_1 \cdot \left\{ \varrho(\underline{r}_1, t) \nabla_1 \frac{\delta F[\varrho]}{\delta \varrho(\underline{r}_1, t)} \right\}.$$

Verwenden Sie dazu das Funktional der vollständigen Helmholtzschen Freien Energie $F[\varrho]$,

$$F[\varrho] = F^{(\text{ideal})}[\varrho] + F^{(\text{ex})}[\varrho] + \int d\underline{r}_1 \varrho(\underline{r}_1) \Phi^{(\text{ext})}(\underline{r}_1),$$

und

$$F^{(\text{ideal})}[\varrho] = k_B T \int d\underline{r}_1 \varrho(\underline{r}_1) \{ \ln(\lambda^3 \varrho(\underline{r}_1)) - 1 \},$$

wobei $\lambda = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$ die thermische Wellenlänge ist.