

Prof. Dr. Andreas Knorr  
 Dr. Vitaly Belik, Dr. Alexander Carmele  
 Mathias Hayn, Alexander Kraft

## 2. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik

**Abgabe: Mi. 06.05.2015 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen.

**Aufgabe 4 (10 Punkte): Unschärfemaß**

- (a) Gegeben seien zwei statistische Operatoren  $\hat{\rho}^1$  und  $\hat{\rho}^2$ :

$$\hat{\rho}^i = \sum_{\alpha=1}^6 w_{\alpha}^i |\alpha\rangle\langle\alpha|, \quad w^1 = \left( \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{2} \right), \quad w^2 = \left( \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6} \right).$$

Berechnen Sie das Unschärfemaß  $\eta$  für diese beiden statistischen Operatoren und interpretieren Sie das Ergebnis.

- (b) Für eine kontinuierliche Basis  $\{|x\rangle\}$  seien für verschiedene Parameter  $\beta$  folgende Wahrscheinlichkeitsverteilungen gegeben

$$w_{\beta}(x) = \begin{cases} \beta \exp(-\beta x) & \text{für } x \geq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Berechnen Sie das Unschärfemaß  $\eta(\hat{\rho}_{\beta})$  und diskutieren Sie das Vorzeichen in Abhängigkeit von  $\beta$ .

- (c) Zeigen Sie, dass für jeden statistischen Operator folgendes gilt:  $Sp(\hat{\rho}^2) \leq 1$ .

- (d) Berechnen Sie  $Sp(\hat{\rho}^2)$  für den statistischen Operator  $\hat{\rho} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \beta & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Wann wird durch diesen Operator ein reiner Zustand beschrieben?

- (e) Geben Sie den Zusammenhang zwischen der *Shannon-Information* und dem Unschärfemaß an. Interpretieren Sie das Ergebnis.

**Aufgabe 5 (10 Punkte): Statistischer Operator**

- (a) Sei  $\hat{A}$  ein hermitescher Operator, der die Eigenwertgleichung  $\hat{A}|n\rangle = a_n|n\rangle$  ( $\{|n\rangle\}$  sei eine ONB) erfüllt. Betrachten Sie den statistischen Operator  $\hat{\rho} = c^{-1} \exp(\hat{A})$ , wobei  $c$  eine geeignete Normierungskonstante ist. Wie muss  $w_n$  gewählt werden damit sich  $\hat{\rho}$  als  $\hat{\rho} = \sum_n w_n |n\rangle\langle n|$  schreiben lässt. Bestimmen Sie  $c$  aus der Normierungsbedingung. Berechnen Sie den Erwartungswert von  $\hat{A}$ , sowie das zu  $\hat{\rho}$  gehörende Unschärfemaß  $\eta$ . Zeigen Sie, dass  $\langle \hat{A} \rangle + \eta/k = \ln c$  gilt.

- (b) Betrachten Sie einen zeitabhängigen statistischen Operator, gegeben durch

$$\hat{\rho}(t) = \sum_a w_a |a(t)\rangle\langle a(t)|,$$

mit konstanten Koeffizienten  $w_a$ . Für  $t = 0$  gelte  $\langle a(0)|b(0)\rangle = \delta_{ab}$ . Zeigen Sie, dass diese Eigenschaft für alle Zeiten ( $t \geq 0$ ) erhalten bleibt. Was folgt daraus für die Dynamik von  $\eta$ ?

## 2. Übung TPIV SS2015

- Vorlesung:**
- Mittwoch 12:15 Uhr – 14:00 Uhr im EW 203
  - Freitag 8:15 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203
- Tutorien:**
- Di 10:15-11:45 EW 229
  - Mi 10:15-11:45 MA 642
  - Do 12:15-13:45 EW 731
  - Fr 12:15-13:45 EW 731
- Scheinkriterien:**
- Mindestens 50% der Übungspunkte.
  - Bestandene Klausur.
  - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
- Klausur:**
- Mittwoch den 08.07.2015 von 12:00 – 14:00 Uhr im EW 203
- Zettel:**
- Ausgabe: Mittwochs in der VL.
  - Abgabe: 14 Tage später am Mittwoch bis 12 Uhr im Briefkasten (Ernst-Ruska/Altbau).
  - Abgabe der Übungszettel in 2-er Gruppen!
- Sprechzeiten:**
- Prof. Dr. Andreas Knorr: Di, 13–14 Uhr im EW 742
  - Dr. Vitaly Belik : Mi, 15–16 Uhr im ER 240
  - Dr. Alexander Carmele : Do, 14–15 Uhr im EW 704
  - Mathias Hayn : Fr, 11–12 Uhr im EW 711
  - Alexander Kraft : Di, 13–14 Uhr im EW 269
- Literatur**
- Torsten Fließbach: Statistische Physik
  - Frederick Reif: Statistische Mechanik und Theorie der Wärme
  - Eugen Fick/Günter Sauermaun: Quantenstatistik Dynamischer Prozesse
  - Wolfgang Nolting: Grundkurs Theoretische Physik, Band 4 und 6
  - Hermann Schulz: Statistische Physik
  - Wolfgang Muschik: Repetitorium Theoretische Physik