

Prof. Dr. Andreas Knorr
 Dr. Vitaly Belik, Dr. Alexander Carmele
 Mathias Hayn, Alexander Kraft

5. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Mi. 27.05.2015 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen.

Aufgabe 10 (7 Punkte): Zustandsgleichungen

Leiten Sie ausgehend von der differentiellen Form dF der Freien Energie $F(T, N, V)$ die folgenden Relationen her:

- thermische Zustandsgleichung:

$$p = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T, N}$$

- chemische Zustandsgleichung:

$$\mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N} \right)_{T, V}$$

- Entropie:

$$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{V, N}$$

Aufgabe 11 (13 Punkte): Statistik und klassisches ideales Gas

Als Modellsystem für ein klassisches ideales Gas betrachtet man punktförmige Teilchen der Masse m im Volumen V bei der Temperatur T und dem chem. Potential μ . Die großkanonische Zustandssumme wird für ein klassisches ideales Gas wie folgt berechnet:

$$(1) \quad Z_{gk}(T, V, \mu) = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{V^N}{h^{3N} N!} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta(\varepsilon_N - \mu N)} d^3 \mathbf{p}_1 \dots d^3 \mathbf{p}_N.$$

Dabei gilt $\varepsilon_N = \sum_{j=1}^N \frac{\mathbf{p}_j^2}{2m}$ und $\beta = 1/(k_B T)$.

- Wiederholen Sie aus der VL die Ableitung von Gleichung (1) ausgehend von der Summation über alle möglichen Zustände $Z_{gk} = \sum_{n, N} \exp[-\beta \{\varepsilon_N - \mu N\}]$. Wandeln Sie dazu die Summe in eine Integration um und gehen Sie von der Formulierung bezüglich der Besetzungszahlen n zu den Impulsen \mathbf{p} über.
- Diskutieren Sie den Unterschied zur quantenmechanischen großkanonischen Zustandssumme (Vorlesung). Erläutern Sie den Faktor $N!$.
- Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme, als Funktion der thermischen Wellenlänge ($\lambda = \sqrt{2\pi\hbar^2/(mk_B T)}$).
- Berechnen Sie die mittlere Energie \bar{E} , die mittlere Teilchenzahl \bar{N} und den Druck p .
- Was ergibt sich demzufolge als thermische Zustandsgleichung $p(\bar{N}, V, T)$ und was als kalorische Zustandsgleichung $E(\bar{N}, V, T)$.
- Berechnen Sie die thermische und die kalorische Zustandsgleichung für $\varepsilon_N = \sum_{j=1}^N c|\mathbf{p}_j|$ mit $c \in \mathbb{R}$.