Prof. Dr. Andreas Knorr
Dr. Vitaly Belik, Dr. Alexander Carmele
Mathias Hayn, Alexander Kraft

8 & 9 Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Mi. 24.06.2015 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen.

Aufgabe 16 (10 Punkte): Einstein'sche Theorie der Wärmekapazität

In der Einstein'schen Theorie der Wärmekapazität wird ein Festkörper durch N Atome beschrieben, die alle um ihre Gleichgewichtslagen schwingen. Jedes Atom besitzt dabei drei 3 Freiheitsgrade der Vibration. Eine wesentliche Annahme ist, dass die Schwingungen der Atome alle mit derselben charakteristischen Frequenz ω stattfinden. Betrachten Sie diesen idealen Kristall aus N Atomen. Die Gitterschwingungen der Atome sollen als unabhängig voneinander betrachtet werden und mit Hilfe des quantenmechanischen harmonischen Oszillators beschrieben werden. Dieser genügt der bekannten Eigenwertgleichung,

$$H|n\rangle = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})|n\rangle.$$

(a) Wiederholen Sie die Berechnung der Zustandssumme eines quantenmechanischen harmonischen Oszillators aus der Vorlesung.

(b) Verallgemeinern Sie a) auf viele Oszillatoren.

(c) Berechnen Sie die mittlere Energie E des Kristalls. Drücken Sie diese mit Hilfe der *Einstein*-Temperatur $\Theta_E = \hbar\omega/k_B$ aus.

(d) Berechnen Sie nun die Wärmekapazität bei konstantem Volumen und diskutieren Sie den Grenzfall für $T \to 0$ und $T \to \infty$. Ergibt sich für hohe Temperaturen das *Dulong-Petit'sche* Gesetz ? (Hinweis: Bei konstantem Volumen gilt nach 1. Hauptsatz $dU = \delta Q$)

(e) Stellen Sie die Wärmekapazität in Abhängigkeit der Temperatur graphisch (z.B mit *Mathematica*©) dar. Als Einheit für die x-Achse empfiehlt sich T/Θ_E und für die y-Achse $R = N \cdot k_B$.

Aufgabe 17 (10 Punkte): Planck'sches Strahlungsgesetz

(a) Bestimmen Sie ausgehend vom Planck'schen Strahlungsgesetz,

$$u(\omega, T)d\omega = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}\frac{\hbar\omega}{e^{\beta\hbar\omega} - 1}d\omega,$$

das spektrale Maximum eines schwarzen Körpers. Lösen Sie die auftretende transzendente Gleichung numerisch (z.B. mit *Mathematica*©).

(b) Der Energiefluss der Sonne auf die Erde bei senkrechtem Einfall (Solarkonstante) beträgt 1360 W/m^2, der Abstand Sonne-Erde $1,5 \times 10^{11}$m und der Sonnenradius 7×10^8m. Berechnen Sie mit Hilfe der Solarkonstante die totale Strahlungsleistung der Sonne, sowie die Oberflächentemperatur der Sonne unter der Annahme, dass diese wie ein schwarzer Körper strahlt.