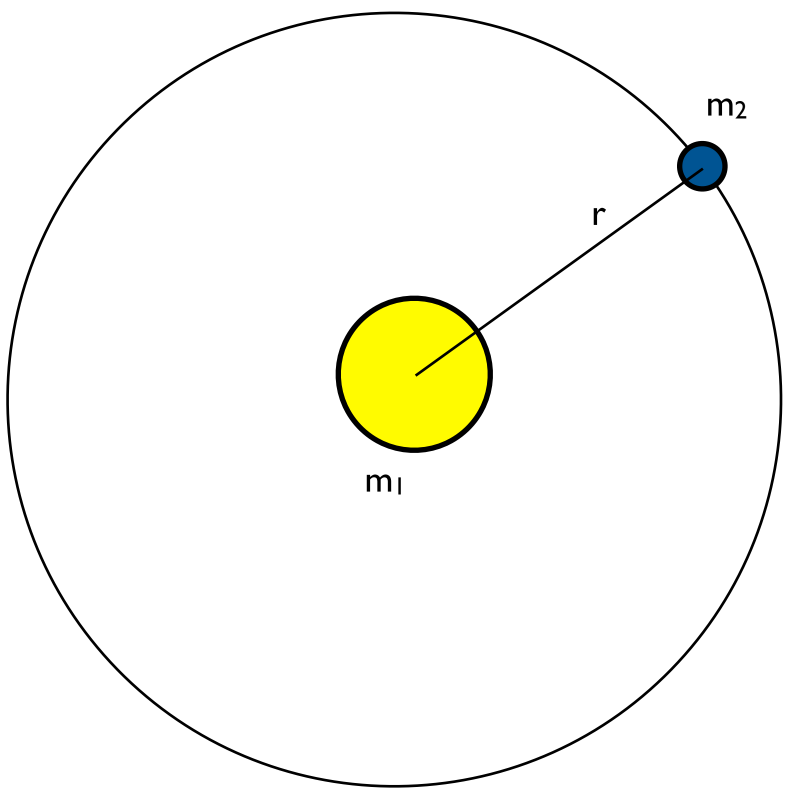
2.5 Planetensystem, klassisches Atommodell



Planetensystem

Gravitationsgesetz

$$F_G = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Zentrifugalkraft

$$F_Z = m_2\, \omega^2 \cdot r$$

Die Gravitationskraft zwischen Sonne und Erde ist gleich groß wie die Zentrifugalkraft der Erde auf ihrer (näherungsweisen) Kreisbahn um die Sonne: Die Gravitationskraft „hält“ die Erde auf ihrer Bahn um die Sonne.

Der Abstand zwischen Erde und Sonne kann aus astronomischen Daten ermittelt werden.
Mittlerer Wert: $r = 149{,}6$ Mio km;
Umlaufzeit der Erde um die Sonne: $T = 325{,}4 \cdot 24 \cdot 3600$ s $= 31.557.600$ s;
Kreisfrequenz der Umdrehung der Erde um die Sonne: $\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi / T$

Gleichsetzung von Gravitationskraft und Zentrifugalkraft: $m_1 = \omega^2 \cdot r^3 / G$
Daraus ergibt sich die Masse der Sonne: $m_1 = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg $= 333.000\ m_2$.
Zum Vergleich siehe [15].

[15] Horst Kuchling: „Taschenbuch der Physik“. Fachbuchverlag Leipzig, 2004, S. 149.

Entdeckung des Atomkerns

Versuche von Hans Geiger (1882-1945) und Ernest Marsden (1889-1970) unter Leitung Ernest Rutherfords (1871-1937) in Manchester, 1908-1911, decken die Struktur des Atoms auf: ein elektrisch positiv geladener, sehr kleiner massiver Kern wird von einer elektrisch negativ geladenen Hülle umgeben, die aus Elektronen gebildet wird. Die Experimentatoren beschossen dazu eine dünne Goldfolie mit α-Strahlen, also Heliumkernen. Der größte Teil der α-Teilchen ging ungestört durch die Folie durch, ein kleiner Teil wurde abgelenkt, einige wenige sogar zurückgestreut.

Klassisches Atommodell

Coulomb-Gesetz

$$F_{Coulomb} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$= -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Zentrifugalkraft

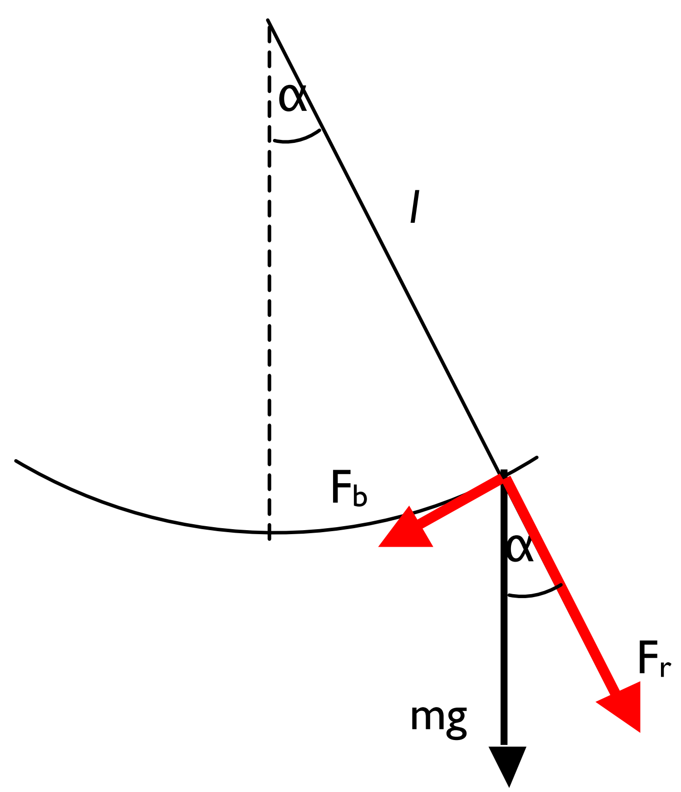
$$F_Z = m_2\, \omega^2 \cdot r$$

Die elektrische Coulomb-Kraft zwischen dem Kern eines Wasserstoffatoms (1Proton, Q_1 = e) und einem ihn „umkreisenden" Elektron (Q_2 = − e) ist gleich groß der Zentrifugalkraft, die das Elektron auf einer „Kreisbahn"um den Kern erfährt: Die Coulomb-Kraft „hält" das Elektron auf seiner Bahn.

Das Coulomb-Gesetz (Charles Augustin Coulomb, 1736-1806), 1785 gefunden, hat die gleiche mathematische Form wie das Gravitationsgesetz. Beide geben die Kraft zwischen zwei punktförmig gedachten Körpern mit einem Abstandsgesetz $1/r^2$ an. ε_0 ist die elektrische Feldkonstante [15].
Die Kraft zwischen Massen ist immer anziehend. Dagegen gibt es positive und negative elektrische Ladung. Ladungen mit verschiedenem Vorzeichen ziehen sich an, Ladungen mit gleichem Vorzeichen stoßen sich ab.

2.6 Schwingungen. Harmonischer Oszillator

Mathematisches Pendel



Ein Massepunkt mit der Masse m ist an einem näherungsweise masselosen Faden der Länge l befestigt und schwingt mit kleinen Pendelausschlägen. Die an der Masse m angreifende, nach unten gerichtete Schwerkraft mg wird in eine Komponente F_r in der momentanen Richtung des Fadens und in eine dazu senkrecht liegende Tangential-Komponente F_b in Richtung der momentanen Schwingungsbewegung zerlegt. Die den Faden spannende Kraft F_r (wir nehmen an, daß die Länge l des Fadens näherungsweise unverändert bleibt) trägt nicht zur Pendelbewegung bei. Die beschleunigende Kraft ist

$$F_b = mg \cdot \sin\alpha \approx mg \cdot \alpha$$

Beim letzten Schritt machen wir von der Näherung $\sin\alpha \approx \alpha$ Gebrauch, die für kleine Winkel gilt. Der Weg des Massenpunktes auf dem während einer Schwingung zurückgelegten Kreisbogen wird durch die Koordinate l beschrieben. Entsprechend gilt für den Betrag v der Bahngeschwindigkeit und den Betrag a der Bahnbeschleunigung:

$$v = l \cdot \frac{d}{dt}\alpha, \quad a = l \cdot \frac{d^2}{dt^2}\alpha.$$

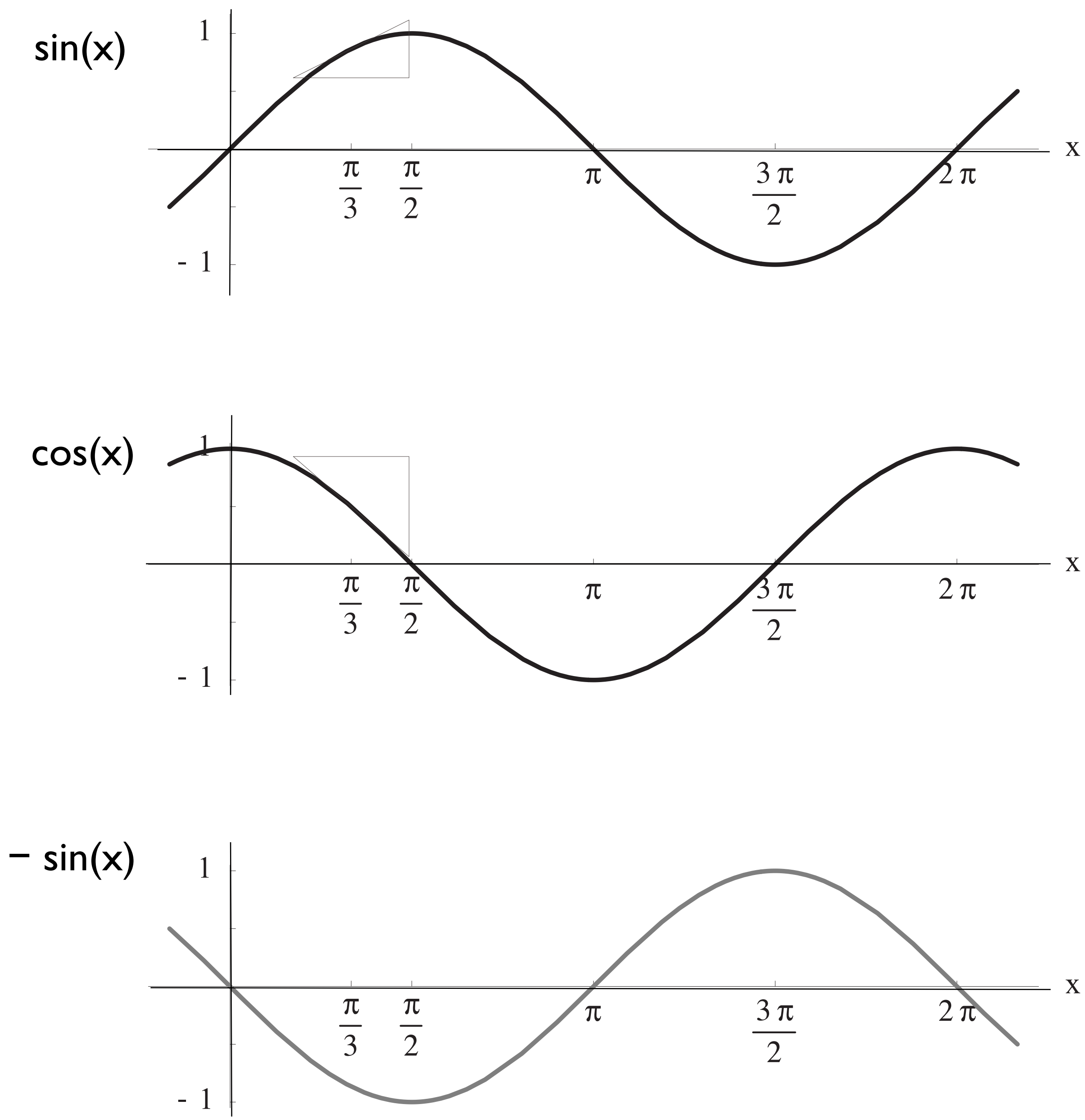
Die Newtonsche Kraftgleichung (8) für das mathematische Pendel lautet

$$F_b = m \cdot a$$

$$mg \cdot \alpha = -m \cdot l \cdot \frac{d^2}{dt^2} \alpha$$

(12) $$g \cdot \alpha + l \cdot \frac{d^2}{dt^2} \alpha = 0$$

Das Minuszeichen in der vorletzten Zeile ist der Tatsache geschuldet, dass die Beschleunigung entgegen der positiven Winkelrichtung erfolgt (Zeichnung). Gleichung (12) beschreibt eine ungedämpfte harmonische Schwingung. Ein durch den Gleichungstyp (12) beschriebenes System heißt harmonischer Oszillator.


sin(x)
1
- 1
x
π/3
π/2
π
3π/2
2π
cos(x)
1
- 1
x
π/3
π/2
π
3π/2
2π
− sin(x)
1
- 1
x
π/3
π/2
π
3π/2
2π

Ansatz zur Lösung von Gleichung (10):

(13) $\alpha(t) = \alpha_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$

α_0: Amplitude der Auslenkung
φ_0: Phase, Auslenkung zu Beginn
ω: Winkelgeschwindigkeit;
$\omega \cdot t = \varphi$ ist ein Winkel.

$$\frac{d}{dt}\alpha(t) = \omega\, \alpha_0 \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\alpha(t) = -\omega^2\, \alpha(t)$$

Eingesetzt in Gleichung (10) ergibt

$$g \cdot \alpha(t) - \omega^2 \cdot l \cdot \alpha(t) = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$g - \omega^2 \cdot l = 0$$

Lösung der quadratischen Gleichung:

(14) $\omega = \pm\sqrt{\frac{g}{l}}$

Das Vorzeichen gibt den Drehsinn an: linksdrehend (entgegen dem Uhrzeigersinn) oder rechtsdrehend:

Die hier gleichmäßige Winkelgeschwindigkeit ω lässt sich auch als Kreisfrequenz ansehen,
wobei folgender Zusammenhang zur Frequenz f besteht:

$$\omega = 2\pi f$$

Die Funktion (13) löst die Differentialgleichung des harmonischen Oszillators (12).
Sie beschreibt eine harmonische Schwingung mit der Kreisfrequenz .

Eine einfache Uhr

Wie lang muss der Faden eines Pendels gewählt werden, damit die Schwingungsdauer T
1 s beträgt?

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{2\pi \cdot f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

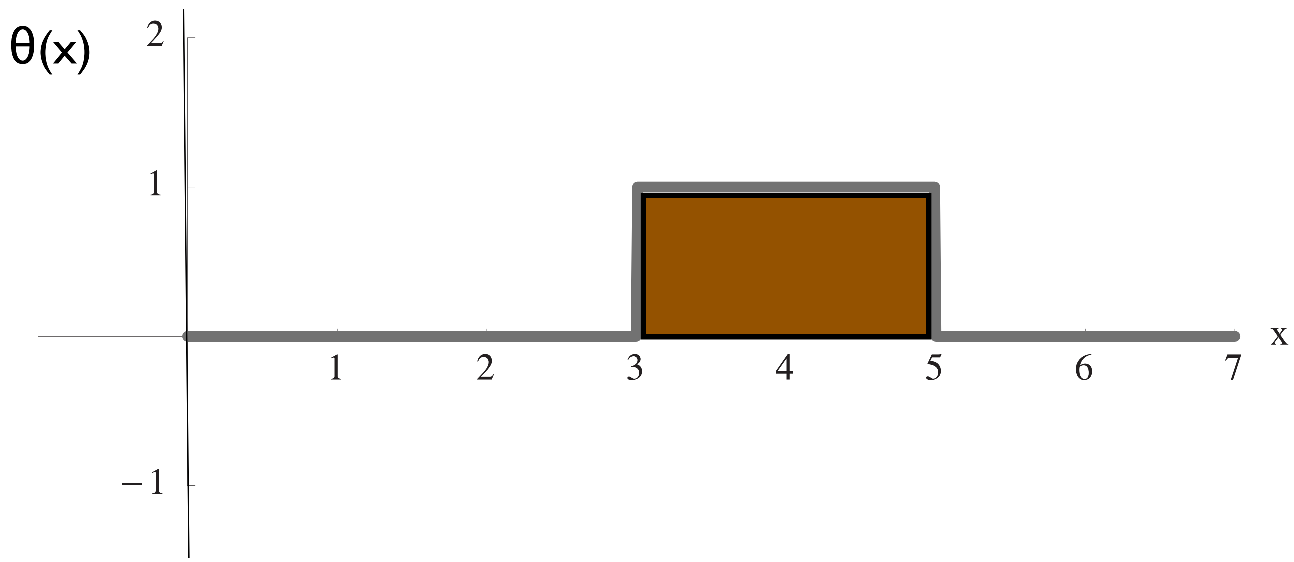
Wir benutzen Gleichung (14) um die Länge l des Fadens des Pendels zu erhalten.

$$T = 1\,s = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \Rightarrow \quad l = g \cdot \frac{1s^2}{4\pi^2} = 0.25\ m.$$

Wenn wir die Zahl der Perioden (von 1 Sekunde) abzählen, haben wir eine einfache Uhr.

Detektierfunktion zur Lokalisierung eines massiven Körpers:

$\theta_{[3,5]}(x) = 1$, falls $x \in [3, 5]$
$\theta_{[3,5]}(x) = 0$, sonst



Charakteristische mathematische Größe für das Teilchenbild:

Ortsoperator Q

Q: $\theta(x) \rightarrow x \cdot \theta(x)$, für alle x, für alle „Detektierfunktionen" θ

3. Klassisches Wellenbild: Elektromagnetismus, Maxwell-Gleichungen

Schallwellen, Wasserwellen brauchen notwendig ein Medium, um existieren zu können. Dagegen breiten sich elektromagnetische Wellen im freien Raum aus.

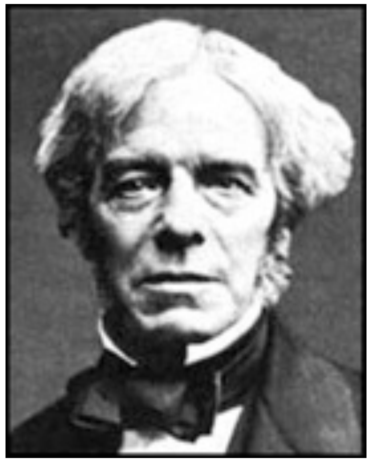
Bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts hatte die Physik zum Verständnis von elektromagnetischen Wellen einen Äther vorausgesetzt, der den gesamten Raum erfüllt. Ihm wurden, neben der Unsichtbarkeit, extreme mechanische Eigenschaften zugeschrieben. Eine elektromagnetische Welle war damit eine Erregung des Äthers, die sich nach den Gesetzen der Mechanik ausbreitet, wie bei Wasserwellen, oder bei Schallwellen in einem Festkörper. Mit dem Elektromagnetismus waren schließlich alle Bereiche der Physik auf die Mechanik reduziert. Mit der universellen Erklärungsreichweite der Physik breitete sich ein mechanistisch-materialistisches Weltbild aus.

Einsteins Arbeit zur speziellen Relativitätstheorie (1905) machte die Äthervorstellung entbehrlich.
Zur Etablierung eines „reinen“ Wellenbegriffs wird im Folgenden der Elektromagnetismus herangezogen.

Die klassische Wellentheorie des Lichts wurde durch **Christiaan Huygens** (1629-1695) entwickelt und auf die Optik angewandt. Sein Buch "Traité de la lumière" (Abhandlung über Licht), 1690 faßt seine Ergebnisse zusammen.

James Clerk Maxwell (1831-1879)
leitet die dynamischen Gleichungen für das elektromagnetische Feld ab. Sie vereinigen Elektrizität und Magnetismus.

Dabei spielte das elektromgnetische Induktionsgesetz eine entscheidende Rolle. Es wurde 1831 von **Michael Faraday** (1791-1867) entdeckt.



1886 konnte **Heinrich Hertz** (1857-1894)
freie elektromagnetische Wellen nachweisen. Die Wellenlängen lagen im Meterbereich. Er erzeugte sie mit einem Sender und detektierte sie mit einem Empfänger. Er wies Reflexion, Brechung, Transversalität und Polarisation nach, konnte sie fokussieren, und ihre Geschwindigkeit als Lichtgeschwindigkeit bestimmen.
Radiowellen verhalten sich wie Licht.

Schlussfolgerung:
Licht und Radiowellen werden durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Sie breiten sich durch den leeren Raum aus.