

Sichtweisen zur Unschärferelation

Heisenberg berichtet C. F. v. Weizsäcker im April 1927 bei einer Taxifahrt in Berlin von der Unbestimmtheitsrelation. Er sagt zu ihm: „Ich glaub‘, ich hab‘ das Kausalgesetz widerlegt“ [56].

Auf den Stellenwert der Kausalität werden wir im nächsten Kapitel „Zur Interpretation der Quantentheorie“ zurückkommen.

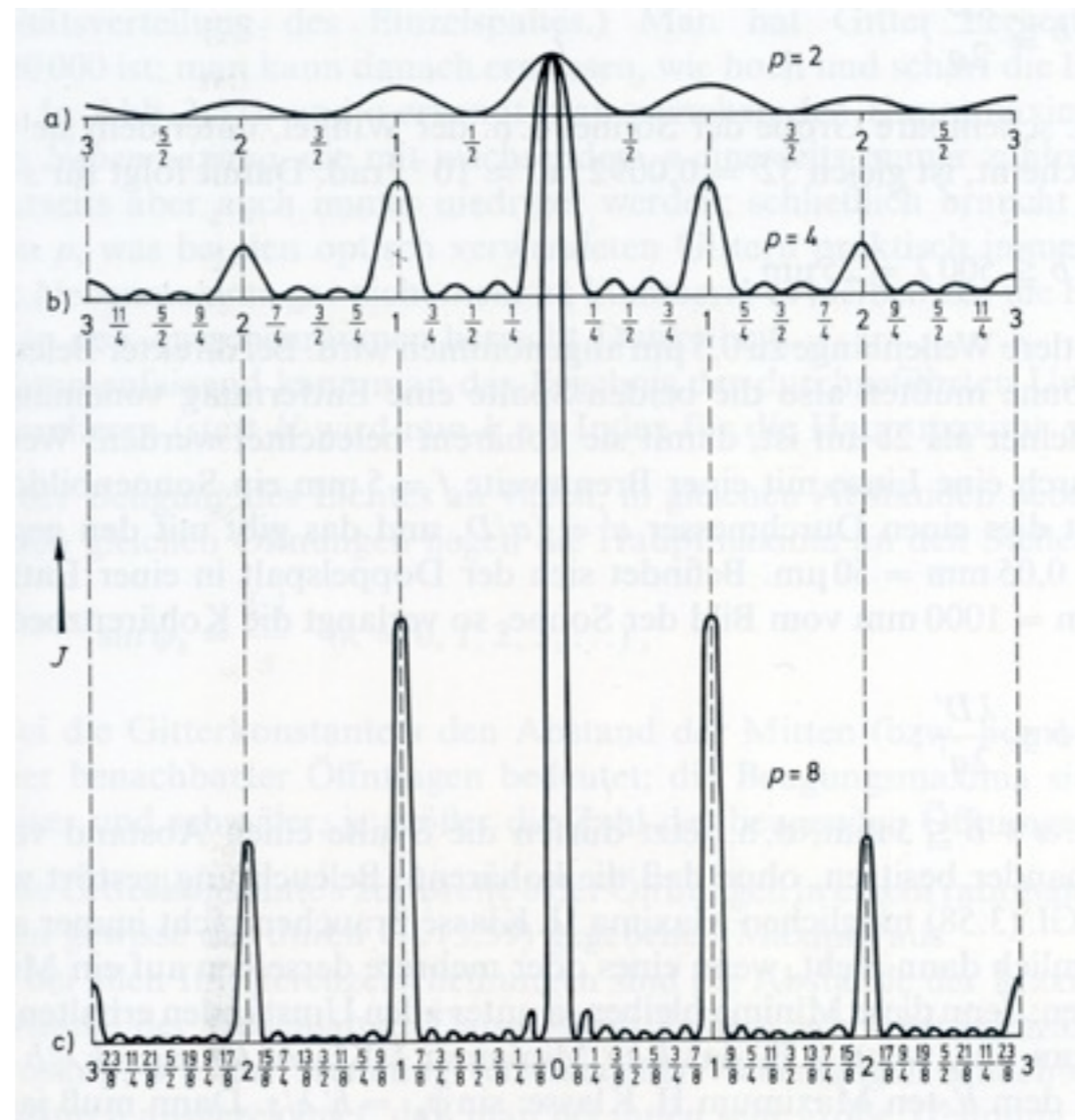
Mit Blick auf die Evolution des Kosmos seit dem Beginn der kosmischen Hintergrundstrahlung (Messungen des Planck-Weltraumteleskops 2013) zieht der Astrophysiker Viatcheslav Mukhanov den Schluss: „Wir alle entstanden aus Quantenfluktuationen“ [57]. Es geht um die „kleinen“ Temperaturfluktuationen der kosmischen Hintergrundstrahlung, die von der scharfen Planck-Verteilung abweichen. Diese Fluktuationen haben die kosmische Evolution in Gang gesetzt. Gleichung (39) ist die Brücke zwischen den Temperaturfluktuationen und den Quantenfluktuationen der Hintergrundstrahlung. Die Quantenfluktuationen sind Ausdruck der Nicht-Kommutativität im Photonengas und damit Ausdruck der Unschärferelation.

[56] In Carl Friedrich von Weizsäcker: „Physik und die Dinge, die etwas bedeuten“. Frankfurter Allgemeine Zeitung v. 13.08.1983, Ereignisse und Gestalten.

[57] Anlässlich des Jubiläums 100 Jahre Allgemeine Relativitätstheorie schloss Prof. Dr. Viatcheslav Mukhanov im Max-von-Laue-Kolloquium der Humboldt-Universität zu Berlin am 29. Oktober 2015 seinen Vortrag "The Quantum Universe" mit dem Satz: "We all originated from quantum fluctuations."

8.4 Superposition, Kohärenz, Interferenz

Intensitätsverteilung bei der Beugung durch 2, 4, 8 Spalte.



Bergmann-Schaefer: „Optik“, S. 379.

Elektroneninterferenzen
am Biprisma,
durchgeführt
von Möllenstedt
und Düker
1956 an der
Universität Tübingen
[58].



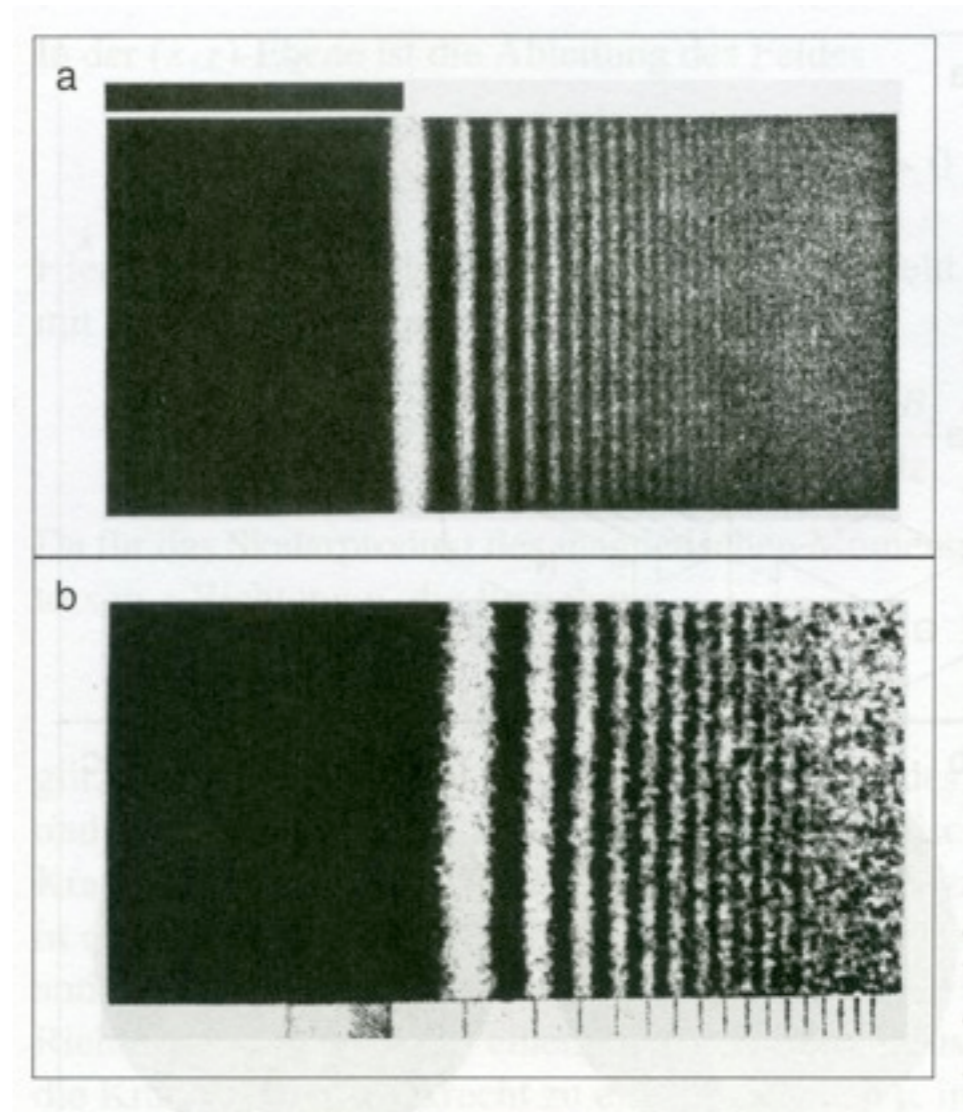
(Bergmann-Schaefer: „Optik“, S. 1020.)

[58] G. Möllenstedt, H. Düker: Zeitschrift für Physik 44 (1956), S. 377.

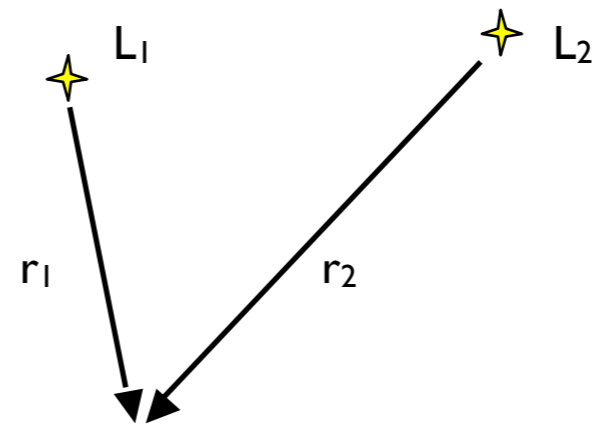
Interferenz an einer scharfen Kante:
oben: Beugung von rotem Licht,
unten: Beugung von Elektronen
(siehe S. Brandt/H. D. Dahmen:
Quantenmechanik in Bildern,
Springer 2015, S. 7.)

R. W. Pohl, „Optik und Atomphysik“, 1954

H. Boersch, Physikalische Zeitschrift 44 (1943), S. 202



Überlagerung (Superposition) am Beispiel zweier Lichtwellen



Vereinfachende Annahmen:

- Beide Lichtquellen senden mit der gleichen Frequenz $\omega = 2\pi\nu$ und entsprechend mit der gleichen Wellenlänge λ .
- Beide Lichtwellen sind gleich gerichtet (gleiche Polarisierung, d. h. gleiche Schwingungsebene).

Superposition der elektrischen Felder E_1 und E_2 zu einem Gesamtfeld E (Wir betrachten die Beträge der Felder):

$$E_1 = A_1 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} - \delta_1 \right)$$

$$E_2 = A_2 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} - \delta_2 \right)$$

Im folgenden ist die Größe S die Intensität des Lichts, gebildet mit dem Quadrat des (elektrischen oder magnetischen) Feldes. Z ist der „Wellenwiderstand“ des Vakuums, T ist die Schwingungsdauer.

$$E = E_1 + E_2$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{Z} \{ E_1 + E_2 \}^2 \\ &= \frac{1}{Z} \left\{ A_1 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} - \delta_1 \right) + A_2 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} - \delta_2 \right) \right\}^2 \\ &= \frac{1}{Z} \{ A_1 \cos \alpha + A_2 \cos \beta \}^2 \\ &= \frac{1}{Z} \{ A_1^2 \cos^2 \alpha + A_2^2 \cos^2 \beta + 2 A_1 A_2 \cos \alpha \cos \beta \}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Hilfsformeln: } \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha)$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta))$$

$$\begin{aligned} S = \frac{1}{2Z} \{ & A_1^2 + A_1^2 \cos 4\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} - \delta_1 \right) \\ & + A_2^2 + A_2^2 \cos 4\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} - \delta_2 \right) \\ & + 2 A_1 A_2 \cos 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \delta_2 - \delta_1 \right) \\ & + 2 A_1 A_2 \cos 2\pi \left(\frac{2t}{T} - \frac{r_2 + r_1}{\lambda} - \delta_2 - \delta_1 \right) \} \end{aligned}$$

Nun wird über die Zeit gemittelt. Bei dieser Mittelung heben sich positive und negative cos-Terme gegenseitig auf, in denen die Variable t vorkommt. Damit bleiben die folgenden Terme übrig:

$$S = \frac{1}{2Z} \{ A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \delta_2 - \delta_1 \right) \}$$

Für die Intensitäten der einzelnen Lichtwellenfelder erhalten wir:

$$S_1 = \frac{1}{2Z} A_1^2$$

$$S_2 = \frac{1}{2Z} A_2^2$$

Daran sehen wir die entscheidende Eigenschaft von Interferenz:

Die Intensität S des gesamten, überlagerten Lichtwellenfeldes ist im allgemeinen nicht die Summe der Intensitäten S_1 und S_2 der einzelnen, separaten Lichtwellenfelder.

Der Unterschied liegt im Auftreten des \cos -Terms im Ausdruck für S .

Dieser Term heißt Interferenzterm.

Zusammengefasst:

$$S = S_1 + S_2 + 2 \sqrt{S_1 S_2} \cos 2\pi \left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \delta_2 - \delta_1 \right).$$

Interferenz ist die im allgemeinen **nicht-additive Überlagerung von Licht**.

Es gibt Bereiche, in denen konstruktive Interferenzen die Lichtintensität verstärken (Wellenberg auf Wellenberg, Wellental auf Wellental), und Bereiche, in denen destruktive Interferenzen das Licht auslöschen (Wellenberg auf Wellental).

8.5 Wichtige mathematische Beiträge zur Entwicklung der Quantentheorie, im Überblick

- 1900: Planck, Strahlungsformel, Wirkungsquantum
- 1902: Lebesgue, Integraltheorie
- 1904-1909: Hilbert, Axiomatisierung, Hilbertraum, Spektraltheorie von Operatoren
Courant, Methoden der mathematischen Physik
Hermann Weyl, Gruppentheorie, Spektraltheorie von Operatoren, Eigenwertprobleme
- 1925: Heisenberg, nichtkommutative Observablen-Algebra
- 1929: von Neumann, Operatoren-Algebra, Gruppentheorie, Quantenlogik
- 1945: Laurent Schwartz, Distributionen-Theorie; mathematische Fundierung der Dirac-Funktion
- 1960er: Haag, Araki: Operatorenalgebraische Methoden in physikalischen Modellen
- 1967: M. Tomita, M. Takesaki: modulare Theorie
- 1973: Alain Connes, modulare Theorie

9. Zur Interpretation der Quantentheorie

9.1 Kopenhagener Interpretation der Quantenmechanik

Die entscheidenden Beiträge zur Interpretation der Quantenmechanik sind die **statistische Interpretation**, die von Max Born stammt (1927) und der Gedanke der **Komplementarität**, die von Niels Bohr entwickelt wurde.

Die Interpretationsfrage entzündet sich am „**Messprozessproblem**“:

Inwiefern beeinflusst der Messakt das Messresultat?

Letzteres wird gelegentlich plakativ an einem provokativen Vorschlag Schrödingers diskutiert, der als „Schrödinger-Katze“ Furore gemacht hat.

Die statistische Interpretation geht von einem Zufallsverhalten eines einzelnen Quantenobjekts aus. In großer Zahl (statistisches Ensemble) ordnen sich Photonen, Elektronen, ... in Interferenzmustern an. Das statistische Ensemble folgt den Gesetzmäßigkeiten der Wellentheorie.

Die statistische Interpretation vermittelt zwischen Teilchenbild und Wellenbild.

Für ein einzelnes Teilchen lässt sich nur eine Wahrscheinlichkeitsaussage treffen.

In einem fixierten Raumgebiet haben wir eine gewisse Wahrscheinlichkeit (beispielsweise 40 %), ein Elektron anzutreffen. Wir haben keine Sicherheit, es dort anzutreffen.

Demgegenüber lebt die klassische Mechanik davon, dass wir ein Teilchen präzise lokalisieren und es an diesem Ort mit 100 %iger Sicherheit antreffen können.

Schattenwurf mit extrem schwacher Intensität verdeutlicht die Welle-Teilchen-Dualität.

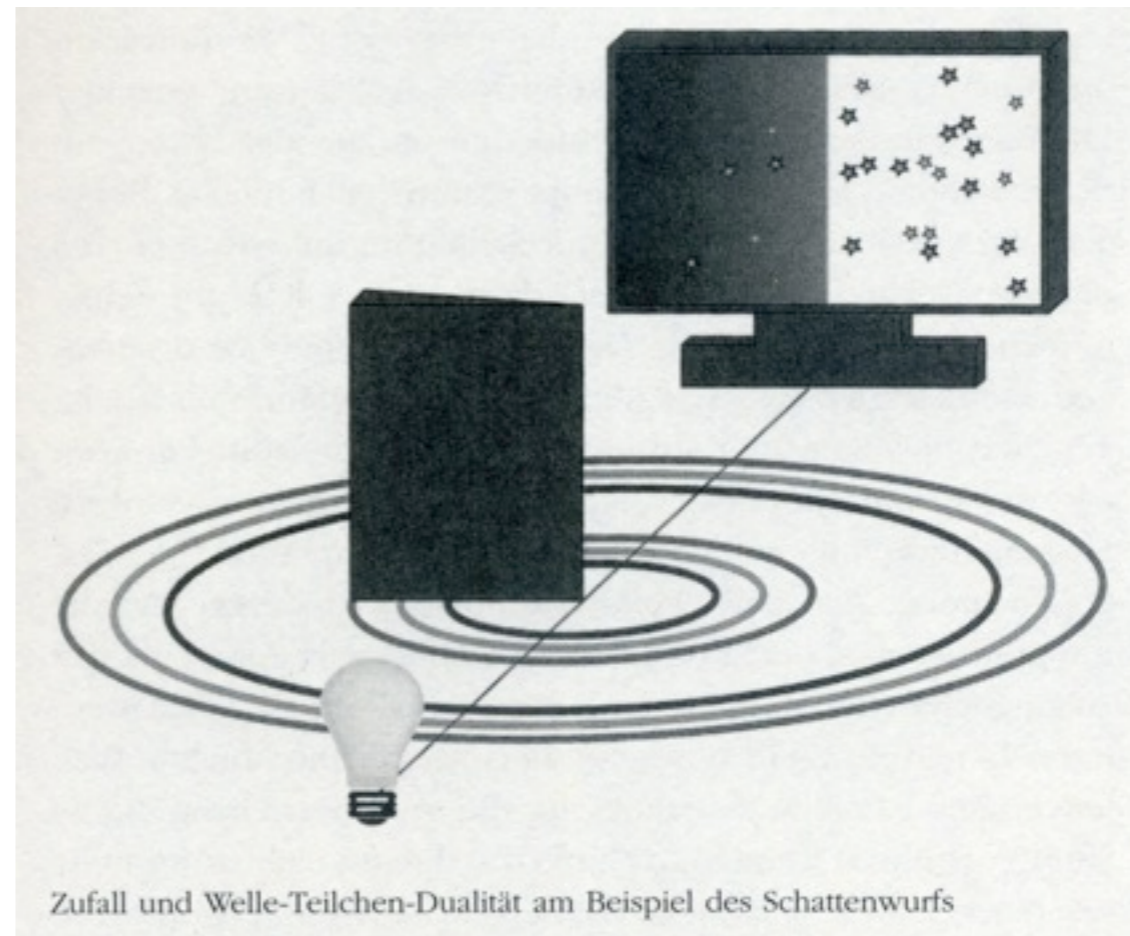
Schematische Darstellung

Die Intensität der Lichtquelle wird soweit reduziert, dass einzelne Photonen auf dem Bildschirm auftreffen.

Die Blendenkante ist so scharf, dass der Krümmungsradius wesentlich kleiner ist als die vorkommenden Lichtwellenlängen.

Die Kante wird zum Ausgangspunkt Huygens'scher Elementarwellen, die sich auch in den Schattenbereich hinein ausbreiten. Damit blitzen Photonen auch im Schattenbereich auf.

Die Auftreff-Orte der Photonen sind zufällig. Eine Bahn der Photonen zwischen Lichtquelle und Auftreff-Ort auf dem Bildschirm lässt sich nicht definieren.



Mit dem Gedanken der **Komplementarität** hat sich Bohr lange auseinandergesetzt. Im Folgenden ein Auszug aus einem Vortrag von 1936 [59]:

„Eine ... weitergehende Revision des Beobachtungsproblems wurde ... durch die Entdeckung des universellen Wirkungsquantums veranlaßt, die uns darüber belehrt, daß die ganze Beschreibungsart der klassischen Physik mit Einschluß der Relativitätstheorie ihre Zweckmäßigkeit nur solange beibehält, als alle in die Beschreibung eingehenden Wirkungen groß sind im Vergleich zum Planckschen Quantum. Wenn dies nicht der Fall ist, treten, wie in der Atomphysik, neuartige Gesetzmäßigkeiten auf, die im Rahmen einer Kausalbeschreibung nicht zusammengefaßt werden können. Dieses zunächst paradox erscheinende Ergebnis findet indessen seine Aufklärung darin, daß auf diesem Gebiete nicht länger scharf unterschieden werden kann zwischen dem selbständigen Verhalten eines physikalischen Objekts und seiner Wechselwirkung mit anderen als Meßinstrumente dienenden Körpern, die mit der Beobachtung unvermeidlich verknüpft ist und deren Berücksichtigung nach dem Wesen des Beobachtungsbegriffs selber ausgeschlossen ist.

[59] Niels Bohr: „Kausalität und Komplementarität“. Vortrag auf dem zweiten Internationalen Kongress für Einheit der Wissenschaft, Kopenhagen 1936. Erkenntnis 6 (1937), S. 293 ff., abgedruckt in Karl v. Meyenn, Klaus Stolzenberg, Roman U. Sexl (Hrsg.): „Niels Bohr“, Vieweg, Braunschweig, 1985; S. 204-205.

Dieser Umstand stellt uns in der Tat vor eine in der Physik ganz neue Situation bezüglich der Analyse und Synthese von Erfahrungen, die uns dazu zwingt, das Kausalitätsideal durch einen allgemeineren Gesichtspunkt zu ersetzen, den man 'Komplementarität' zu nennen pflegt. Die scheinbar mit einander unverträglichen Auskünfte über das Verhalten des Untersuchungsobjektes, die wir bei Benutzung verschiedener Meßanordnungen bekommen, lassen sich nämlich offenbar nicht in gewöhnlicher Weise miteinander verbinden, sondern dürfen als komplementär zu einander bezeichnet werden. Insbesondere erklärt sich das Scheitern jedes Versuchs, den durch das Wirkungsquantum symbolisierten Zug von 'Individualität' der atomaren Einzelprozesse durch eine Unterteilung ihres Verlaufs näher zu analysieren, dadurch, daß jeder durch direkte Beobachtung definierbare Schnitt in diesem Verlauf eine Meßanordnung verlangen würde, die mit dem Zustandekommen der betreffenden Gesetzmäßigkeiten selber unverträglich wäre. ...“

Heisenberg-Schnitt

Der Eingriff des Beobachters steht im Zentrum der Diskussion, die insbesondere Bohr, Heisenberg und Pauli führen. Heisenberg betrachtet einen Schnitt zwischen Quantenobjekt und Messapparat [60]:

„Es zeigte sich, dass in unserer Erforschung atomarer Vorgänge ein eigentümlicher Zwiespalt unvermeidbar ist: Einerseits sind die experimentellen Fragen, die wir an die Natur richten, stets mit Hilfe der anschaulichen Begriffe der klassischen Physik formuliert und bedienen sich insbesondere der Begriffe von Raum und Zeit der Anschauung; denn wir besitzen ja gar keine andere als diese den Gegenständen unserer alltäglichen Umgebung angepasste Sprache, mit der wir z. B. den Aufbau der Messapparate beschreiben könnten, und wir können Erfahrungen nicht anders als in Raum und Zeit machen. Andererseits sind die mathematischen Gebilde, die sich zur Darstellung der experimentellen Sachverhalte eignen, Wellenfunktionen in mehrdimensionalen Konfigurationsräumen, die keine einfache anschauliche Deutung zulassen.

[60] Werner Heisenberg: „Wandlungen der Grundlagen der exakten Naturwissenschaft in jüngster Zeit“. Vortrag vor der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte, Hannover, 17. September 1934. *Angewandte Chemie* 47 (1934), S. 697-702; Zitat S. 698.

Aus diesem Zwiespalt ergibt sich die Notwendigkeit, bei der Beschreibung atomarer Vorgänge einen Schnitt zu ziehen zwischen den Messapparaten des Beobachters, die mit den klassischen Begriffen beschrieben werden, und dem Beobachtungsobjekt, dessen Verhalten durch eine Wellenfunktion dargestellt wird. Während nun sowohl auf der einen Seite des Schnitts, die zum Beobachter führt, wie auf der anderen, die den Gegenstand der Beobachtung enthält, alle Zusammenhänge scharf determiniert sind - hier durch die Gesetze der klassischen Physik, dort durch die Differentialgleichungen der Quantenmechanik -, äußert sich die Existenz des Schnittes doch im Auftreten statistischer Zusammenhänge. An der Stelle des Schnittes muss nämlich die Wirkung des Beobachtungsmittels auf den zu beobachtenden Gegenstand als eine teilweise unkontrollierbare Störung aufgefasst werden.“