

Prof. Dr. Holger Stark  
Johannes Blaschke, Jakob Löber, Torben Winzer, Maria Zeitz

#### 4. Übungsblatt – TPIV: Thermodynamik und Statistische Physik

**Abgabe: Fr. 20.05.2016 bis 08:30 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

##### **M** Aufgabe 10: *van-der-Waals Gas*

- a) Bestimmen Sie für das ideale Gas mit molarem Volumen  $v = \frac{V}{n}$  und mit der Zustandsgleichung

$$Pv = RT \quad (1)$$

und für das van-der-Waalssche Gas mit der Zustandsgleichung

$$(v - b) \left( P + \frac{a}{v^2} \right) = RT \quad (2)$$

die Koeffizienten

1.  $\alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$  der isobaren Volumenausdehnung,
2.  $\beta = \frac{1}{P} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$  der isochoren Druckerhöhung,
3.  $\kappa = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$  der isothermen Kompression.

- b) Beweisen Sie aus der Zustandsgleichung  $z = z(x, y)$  eines thermodynamischen Systems folgende Identität

$$\left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_y \left( \frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left( \frac{\partial y}{\partial z} \right)_x = -1. \quad (3)$$

Was folgt daraus für die obigen Koeffizienten?

##### **S** Aufgabe 11 (8 Punkte): *Stirlingsche Formel*

Die Berechnung von  $N!$  wird für große Werte von  $N$  (z.B. im Bereich der Loschmidtschen Zahl) mit Hilfe von Näherungsformeln durchgeführt.

- a) Zeigen Sie, dass in erster Näherung

$$\ln(N!) \approx N \ln(N) - N \quad (4)$$

gilt.

**Hinweis:** Stellen Sie  $\ln(N!)$  als Summe dar und approximieren Sie diese mit einem Integral.

- b) Zeigen Sie, wie man die Näherung (4) durch die genauere „Stirlingsche Formel“

$$\ln(N!) \approx N \ln(N) + \frac{1}{2} \ln(2\pi N) - N \quad (5)$$

ersetzen kann.

**Hinweis:** Gehen Sie von der Integraldarstellung von  $N!$  bzw. der Gammafunktion aus, entwickeln Sie den natürlichen Logarithmus des Integranden in eine Potenzreihe um dessen Maximum, verwenden Sie die drei wichtigsten Glieder der Reihe und werten Sie das entstehende Integral aus.

- c) Diskutieren Sie die Genauigkeit der beiden Formeln.

4. Übung TPIV SS 16

**S** Aufgabe 12 (12 Punkte): *Urnenmodell*

Aus einem unendlichen Reservoir mit gleich vielen roten und weißen Kugeln nehme man wahllos Kugeln heraus und verteile sie in statistisch regelloser Weise auf  $N$  Plätze.

- a) Man berechne die Gesamtzahl  $m^*$  aller möglichen rot-weiß-Konfigurationen und die Wahrscheinlichkeit mit der sie auftreten. Wie lautet die Anzahl  $g(N_w)$  der Konfigurationen, bei denen die Zahl der weißen Kugeln jeweils  $N_w$  ist.
- b) Man berechne das Maximum  $g_{\max}$  der Verteilungsfunktion und diskutiere das Verhalten von  $\frac{\ln(g_{\max})}{\ln(m^*)}$  im thermodynamischen Limes  $N \rightarrow \infty$ .
- c) Man diskutiere die physikalische Bedeutung dieser Modellrechnung.

**Zum Übungsbetrieb:** Die Übungsaufgaben teilen sich auf in mündliche **M** und schriftliche **S** Aufgaben. Die Bedingung für die Vergabe eines Übungsscheins gliedert sich daher in zwei Teile:

- Es müssen mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte erreicht werden. Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen. Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung diejenigen Aufgaben auf einer ausliegenden Liste an, die er oder sie bearbeitet hat. Wer eine Aufgabe angekreuzt hat, ist bereit diese Aufgabe an der Tafel vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen am Ende des Semesters in Summe 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt sein.