Prof. Dr. Sabine H. L. Klapp
Dr. Alice von der Heydt
Inst. für Theoret. Physik, TU Berlin

Blatt 10

Abgabe **Do., 07.07.2016, 14:15 Uhr,** vor der Vorlesung
Lösungen bitte großzügig kommentiert und mit Namen abgeben!

Aufgabe 25. *Perkolationscluster in $2d$* **(12 Punkte)**

a) Schreiben Sie ein kleines Programm oder beschreiben Sie eine Prozedur (pseudo-code genügt), mit der Sie Realisierungen von *site*-Perkolation in $2d$ (Größe ca. 50×50) für variable Besetzungswahrscheinlichkeit p erzeugen und ausgeben können.

b) Generieren Sie Beispiele für $p = 0.45, 0.5, 0.55, \ldots, 0.593$ und $p = 0.6, 0.65$, um jeweils den größten Cluster zu identifizieren (z. B. manuell) und dessen lineare Abmessung (größte Distanz zwischen zwei Randplätzen) sowie die Anzahl der in ihm enthaltenen Plätze gegen p aufzutragen. Was erkennen Sie aus dieser Darstellung?

c) Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen „Länge" und „Masse" (Stärke) des größten Clusters bei $p = p_c = 0.593$: Sie legen um einen Platz im größten Cluster ein Quadrat der Seitenlänge L, bestimmen für verschiedene L jeweils die Anzahl $M(L)$ der Plätze im selben Cluster innerhalb dieses Quadrats und tragen M gegen L doppeltlogarithmisch auf. Welche sogenannte fraktale Dimension d_f (in der Relation $M \sim L^{d_\mathrm{f}}$) lesen Sie ab?

Aufgabe 26. *Perkolation auf dem Bethe-Gitter* **(8 Punkte)**

Betrachten Sie *site*-Perkolation auf einem Bethe-Gitter mit z Nachbarn pro Gitterplatz.

a) Zeigen Sie, dass die Stärke des unendlichen Clusters durch $\Theta = p(1 - Q^z)$ gegeben ist, wobei Q die Gleichung $Q = 1 - p + pQ^{z-1}$ erfüllen muss. Q ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebiger Platz mit der Oberfläche, also der r-ten Schale für $r \to \infty$, über einen Zweig, der von ihm ausgeht, *nicht* durch Paare besetzter Plätze verbunden ist.

b) Entwickeln Sie $Q^{z-1} = (1 - (1 - Q))^{z-1}$ in $1 - Q$ bis zur zweiten Ordnung, um die Näherungslösung $\Theta = B(p - p_c)$ zu erhalten, und bestimmen Sie B und p_c.

c) Betrachten Sie die mittlere Clusterstärke S für $z = 3$ unterhalb der Perkolationssschwelle $p_c = 1/2$: Zeigen Sie, dass

$$S = \frac{1 + p}{1 - 2p}$$

gilt, und bestimmen Sie die Amplitude Γ in der Gleichung $S = \Gamma/(p - p_c)$.

- **Vorlesung**: Di 10–12 Uhr, Do 14:15–16 Uhr, in **EW 202**
- **Übung/Tutorium**: Di 16–18 Uhr, in **EW 229**
- **Kriterien für den Scheinerwerb**: 50% der Punkte für die schriftlichen Übungsaufgaben (Abgabe in Zweier- bis Dreiergruppen) und regelmäßige, aktive Teilnahme am Tutorium
- **Literatur:**
  - ∗ F. Schwabl, *Statistische Mechanik* (Springer, Berlin, 2006)

Bitte wenden!

* M. Plischke, B. Bergersen, *Equilibrium Statistical Physics* (3rd ed., World Scientific, 2006)
* K. Huang, *Thermodynamics and Statistical Mechanics* (2nd ed., Wiley, 1987)
* P. M. Chaikin, T. C. Lubensky, *Principles of Condensed Matter Physics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995)
* N. Goldenfeld, *Lectures on Phase Transitions and the Renormalization Group* (Westview Press, 1992)
* H. E. Stanley, *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena* (Oxford University Press, 1971, 1987)
* L. P. Kadanoff, *Statistical Physics: Statics, Dynamics and Renormalization* (World Scientific, 2000)
* J. W. Negele, H. Orland, *Quantum Many-Particle Systems* (Westview Press, 1988, 1998)