

Prof. Dr. Sabine H. L. Klapp
 Dr. Alice von der Heydt
 Inst. für Theoret. Physik, TU Berlin

Blatt 8

Abgabe **Do., 23.06.2016, 14:15 Uhr**,
 vor der Vorlesung
Lösungen bitte großzügig kommentiert und mit Namen abgeben!

Aufgabe 20. Landau-Theorie für Phasenübergang erster Ordnung mit Symmetrie (8 Punkte)

Betrachten Sie ein Ferroelektrikum, das bei der Übergangstemperatur $T = T_c$ spontane Polarisation (ohne äußeres Feld, $\mathbf{E} = 0$) zeigt. Die Landau-Entwicklung der Freien Energie bis zur 6. Ordnung in der Polarisation $\mathbf{P} = P\mathbf{e}_z$ sei

$$F(\mathbf{P}, T) = a(T) + \frac{1}{2}b(T)P^2 + \frac{1}{4}c(T)P^4 + \frac{1}{6}d(T)P^6$$

- Diskutieren Sie, welche Vorzeichen b , c und d haben müssen, damit F in der Nähe von T_c drei Minima hat (und das Minimum bei $P = 0$ für $T > T_c$ das absolute Minimum ist), für $T = T_c$ stetig ist, und das System gegen Störungen mit $P \rightarrow \infty$ stabil bleibt. Bestimmen Sie die Relation zwischen b , c und d bei $T = T_c$, und berechnen Sie die spontane Polarisation P_s als Funktion von b , c und d .
- Berechnen Sie die dielektrische Suszeptibilität $\chi = \partial\mathbf{P}/\partial\mathbf{E}$ für $T \gtrsim T_c$ und $T \lesssim T_c$, indem Sie kleine Feldstärken E und kleine resultierende Störungen $\delta P = P - P_s$ der Polarisation annehmen und die Bedingung verwenden, dass die Freie Enthalpie $G = F - \mathbf{E} \cdot \mathbf{P}$ bei fester Temperatur T und fester Feldstärke E für P minimal werden muss.
- Betrachten Sie jetzt den Spezialfall, dass von den Landau-Koeffizienten nur b von der Temperatur abhängt, $b(T) = b_0(T - T_c^0)$, wobei $b_0 > 0$ und T_c^0 temperaturunabhängig, und bestimmen Sie die Übergangstemperatur für diesen Fall. Wie verhält sich die Suszeptibilität in diesem Fall?

Aufgabe 21. Isotrop-nematischer Phasenübergang (12 Punkte)

Der skalare Ordnungsparameter der Orientierungsordnung in einem uniaxialen Flüssigkristall ist

$$S = \frac{3\langle(\cos\vartheta)^2\rangle - 1}{2} \in [-1/2, 1],$$

wobei ϑ der Winkel zwischen der langen Molekülachse und einer bevorzugten Orientierung ist.

- Begründen Sie anhand von Symmetrie- und Stabilitätskriterien, welche Terme in der Landau-Entwicklung der Freien Energie bis zur vierten Ordnung in S auftreten können und welche Vorzeichen die zugehörigen Koeffizienten haben müssen.
- Analysieren Sie den nematischen Phasenübergang erster Ordnung, der durch die folgende Landau-Freie Energie beschrieben wird,

$$F_{\text{nem}}(S, T) = \frac{1}{2}A_0(T - T^*)S^2 - \frac{1}{3}BS^3 + \frac{1}{4}CS^4 - fS, \text{ mit } A_0, B, C > 0,$$

zunächst ohne äußeres Feld f . Diskutieren Sie insbesondere den Austausch der Stabilität zwischen den Lösungen für S bei einer Übergangstemperatur T_{nem} und den Sprung S_{nem} des Ordnungsparameters.

Bitte wenden!

- c) Bestimmen Sie für $f \neq 0$ die kritische Temperatur T_c und das kritische Feld f_c (am kritischen Punkt verschmelzen alle Minima und Maxima von F_{nem}). Geben Sie an, wie sich T_{nem} und die Ordnung S_{nem} am Übergang mit dem äußeren Feld ändern.

Hinweis: Verwenden Sie in der auftretenden kubischen Gleichung für S_{nem} einen Lösungsansatz der Form $S_{\text{nem}} = S_c(1 \pm \sqrt{3 - \tau})$, wobei τ die (aus den Gleichungen zu bestimmende) Temperaturabhängigkeit enthalten soll.

- **Vorlesung:** Di 10–12 Uhr, Do 14:15–16 Uhr, in **EW 202**
- **Übung/Tutorium:** Di 16–18 Uhr, in **EW 229**
- **Kriterien für den Scheinerwerb:** 50% der Punkte für die schriftlichen Übungsaufgaben (Abgabe in Zweier- bis Dreiergruppen) und regelmäßige, aktive Teilnahme am Tutorium
- **Literatur:**
 - * F. Schwabl, *Statistische Mechanik* (Springer, Berlin, 2006)
 - * M. Plischke, B. Bergersen, *Equilibrium Statistical Physics* (3rd ed., World Scientific, 2006)
 - * K. Huang, *Thermodynamics and Statistical Mechanics* (2nd ed., Wiley, 1987)
 - * P. M. Chaikin, T. C. Lubensky, *Principles of Condensed Matter Physics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995)
 - * N. Goldenfeld, *Lectures on Phase Transitions and the Renormalization Group* (Westview Press, 1992)
 - * H. E. Stanley, *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena* (Oxford University Press, 1971, 1987)
 - * L. P. Kadanoff, *Statistical Physics: Statics, Dynamics and Renormalization* (World Scientific, 2000)
 - * J. W. Negele, H. Orland, *Quantum Many-Particle Systems* (Westview Press, 1988, 1998)