

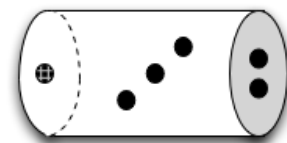
Prof. Dr. Holger Stark
Johannes Blaschke, Jakob Löber, Torben Winzer, Maria Zeitz

12. Übungsblatt – TPIV: Thermodynamik und Statistische Physik

Abgabe: Fr. 15.07.2016 bis 08:30 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

M Aufgabe 34: Shannon-Information

Ein Kind findet ein zylinderförmiges Bauklötzchen auf der Straße und macht sich gleich daran, es ausgiebig zu untersuchen. Es bemerkt, dass es nach einem Wurf auf genau drei verschiedene Arten landen kann, und zwar auf dem Kopf (ein Punkt ist zu sehen, $K_1 = 1$), auf dem Boden (2 Punkte erscheinen, $K_2 = 2$), oder rollend auf der Seite (3 Punkte sind sichtbar, $K_3 = 3$).



Nach ein paar Stunden ausgiebigem Testen und 100 Würfeln hat es 280 Punkte gezählt.

- Bestimmen Sie die allgemeine Wahrscheinlichkeitsverteilung P_i durch Maximierung der Informationsentropie. Unter welchen Nebenbedingungen erfolgt die Maximierung? Was ist die Zustandssumme?
- Bestimmen Sie mit Hilfe der Nebenbedingungen die in (a) auftretenden Lagrange-Parameter λ und daraus die Wahrscheinlichkeiten P_i .
- Berechnen Sie die Informationsentropie S der Verteilung.
- Welche Verteilung müsste man ohne die Würfelergebnisse des Kindes annehmen? Ist S dann größer oder kleiner als in (c)? Warum?

S Aufgabe 35 (12 Punkte): Ising-Modell

Betrachten Sie das eindimensionale Ising-Modell mit der Hamiltonfunktion

$$H = -2\mu h \sum_{j=1}^N S_j - 2J \sum_{j=1}^N S_j S_{j+1},$$

im äußeren Magnetfeld h , wobei $S_j \in \{-1/2, +1/2\}$ für $j = 1 \dots N$ und $S_{N+1} = S_1$.

- Zeigen Sie, dass sich die kanonische Zustandssumme schreiben lässt als $Z = \text{Spur}(A^N)$, wobei die Matrix A gegeben ist durch

$$A = \begin{pmatrix} e^{\beta(\mu h + \frac{1}{2}J)} & e^{-\beta \frac{1}{2}J} \\ e^{-\beta \frac{1}{2}J} & e^{\beta(-\mu h + \frac{1}{2}J)} \end{pmatrix}$$

- Berechnen Sie Z im Limes $N \gg 1$ explizit!
- Bestimmen Sie die Magnetisierung $\langle M \rangle$ sowie $\langle M^2 \rangle$ für $|\beta\mu h| \ll 1$.
- Warum gibt es ohne Magnetfeld keine spontane Magnetisierung für $T > 0$?

S Aufgabe 36 (8 Punkte): Gas aus Photonen

In einem Volumen V befindet sich ein Gas aus N Photonen, deren Energie E und Impuls (-Betrag) π durch die Beziehung $E = c\pi$ verknüpft sind.

Beweisen Sie mit Hilfe der statistischen Mechanik die in einer früheren Aufgabe verwendete Relation $u = 3P$ zwischen der Energiedichte u und dem Druck P des Photonengases.

Hinweise:

12. Übung TPIV SS 16

- a) Rechnen Sie im kanonischen Ensemble mit der korrigierten Boltzmannstatistik. Gehen Sie im Phasenraum von einer Zellgröße h^3 pro Zustand aus.
- b) Zwischenergebnis: Die Zustandssumme ist $Z = \frac{1}{N!} [8\pi (\frac{kT}{c})^3 \frac{V}{h^3}]^N$.

Zum Übungsbetrieb: Die Übungsaufgaben teilen sich auf in mündliche **M** und schriftliche **S** Aufgaben. Die Bedingung für die Vergabe eines Übungsscheins gliedert sich daher in zwei Teile:

- Es müssen mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte erreicht werden. Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen. Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung diejenigen Aufgaben auf einer ausliegenden Liste an, die er oder sie bearbeitet hat. Wer eine Aufgabe angekreuzt hat, ist bereit diese Aufgabe an der Tafel vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen am Ende des Semesters in Summe 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt sein.

	Mo	Di	Mi	Do	Fr
08-10					EW 203 HS
10-12	EW 229 Johannes		EW 226 Torben		EW 731 Maria
12-14			EW 203 HS		ER 164 Jakob
14-16					
16-18					

Sprechstunden		
Prof. Dr. Holger Stark	Fr 11:30–12:00	EW 709
Johannes Blaschke	Mi 10–11	EW 277b
Jakob Löber	Mi 14 –15	EW 737
Torben Winzer	Do 14–15	ER 221
Maria Zeitz	Do 11 –12	EW 702