

Prof. Dr. Holger Stark  
Johannes Blaschke, Jakob Löber, Torben Winzer, Maria Zeitz

## 8. Übungsblatt – TPIV: Thermodynamik und Statistische Physik

**Abgabe: Fr. 17.06.2016 bis 08:30 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

### **M** Aufgabe 22: *Dieterici Zustandsgleichung*

Gegeben sei die thermische Zustandsgleichung

$$P = \frac{RT}{v-b} e^{-\frac{a}{RTv}}, \quad (a, b \text{ sind Konstanten})$$

für ein Mol des *Dieterici-Gases*.

- Man bestimme die kritischen Werte  $v_k$ ,  $T_k$  und  $P_k$ .
- Geben Sie die Zustandsgleichung in den reduzierten Größen  $T_r := \frac{T}{T_k}$ ,  $P_r := \frac{P}{P_k}$  und  $v_r := \frac{v}{v_k}$  an.
- Man bestimme die Inversionskurve des Joule-Thomson-Versuches in reduzierten Größen  $P_r = P_r(T_r)$ .

### **S** Aufgabe 23 (8 Punkte): *Kritischer Punkt des van-der-Waals Gases*

Die Maxwell-Konstruktion für das van-der Waals-Gas ist analytisch nicht exakt durchführbar. In dieser Aufgabe soll das Problem näherungsweise behandelt und somit das Verhalten eines van-der-Waals-Gases in der Umgebung des kritischen Punktes untersucht werden.

- Gehen Sie dazu von der van-der-Waals Zustandsgleichung in reduzierten Einheiten

$$\left(P_r + \frac{3}{v_r^2}\right) (3v_r - 1) = 8T_r \quad (1)$$

aus, vgl. Aufg. 17, und formulieren Sie diese durch die Abweichungen der drei Variablen vom kritischen Punkt  $P'$ ,  $v'$  und  $T'$ . Entwickeln Sie  $P'$  bis zur dritten Ordnung in  $v'$ . Warum sollte man mindestens Terme dieser Ordnung berücksichtigen?

- Bestimmen Sie näherungsweise den Druck  $P_r(T_r)$  entlang des Phasenübergangs flüssig-gasförmig. Begründen Sie, dass es dazu reicht den Wendepunkt der im Teil a) genäherten Zustandsgleichung zu kennen.
- Berechnen Sie die Änderung des Molvolumens am Phasenübergang flüssig-gasförmig in Abhängigkeit von der Temperatur (für  $T < T_c$ ). Warum müssen die Schnittpunkte der Maxwell-Geraden mit genäherten Zustandsfunktion symmetrisch zum Wendepunkt liegen? Nutzen Sie diese Tatsache bei der Rechnung aus. Betrachten Sie nur den Term in niedrigster Ordnung in  $T'$ .

8. Übung TPIV SS 16

**S Aufgabe 24 (12 Punkte): Supraleiter**

Ein Supraleiter wechselt von der normal- in die supraleitende Phase, wenn eine kritische Temperatur  $T_c$  und ein kritisches angelegtes Magnetfeld  $H_c(T)$  unterschritten werden. Berechnen Sie die latente Wärme, die bei diesem Phasenübergang auftritt in Abhängigkeit von der Temperatur. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

a) Für die freie Enthalpie gilt

$$dG = -SdT - \mu_0 V M dH_a, \quad (2)$$

dabei ist  $M$  die Magnetisierung,  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante und  $H_a$  ein von außen angelegtes Magnetfeld. Zeigen Sie, dass für die freien Enthalpien,  $G_s(T, H_a)$  und  $G_n(T, H_a)$ , im supra- bzw. normalleitendem Zustand näherungsweise die Gleichung

$$G_n(T, H_a) - G_s(T, H_a) = \frac{1}{2} \mu_0 V_s (H_c^2(T) - H_a^2) \quad (3)$$

gilt, wobei  $V_s$  das Volumen des Supraleiters ist und der Phasenübergang Supra-Normalleiter bei  $H_a = H_c$  stattfindet. Wir betrachten der Einfachheit halber eine lange stabförmige Probe, für die das innere Feld gleich dem äußeren ist. Sie können die Ableitung von Gl. (3) mit folgenden Schritten leicht nachvollziehen:

- 1) Berechnen Sie zunächst, ausgehend von Gl. (2),  $G_s(T, H_a)$  und  $G_n(T, H_a)$  bei konstanter Temperatur indem Sie ausnutzen, dass (i) Supraleiter 1. Art ideale Diamagneten sind (Meißner-Ochsenfeld-Effekt), d.h. für die magnetische Suszeptibilität gilt  $\chi_m = -1$  und dass (ii) die magnetische Suszeptibilität in der normalleitenden Phase vernachlässigbar ist.
  - 2) Mit Hilfe der am Phasenübergang gültigen Gleichgewichtsbedingung  $G_n(T, H_c) = G_s(T, H_c)$  lässt sich zum einen die Differenz der beiden bei 1) auftretenden Integrationskonstanten bestimmen und schließlich Gl. (3) zeigen.
- b) Die kritischen Felder aller Supraleiter zeigen ein Temperaturverhalten, das in guter Näherung durch  $H_c(T) = H_{c,0}(1 - (T/T_c)^2)$  beschrieben werden kann, wobei  $H_{c,0}$  und  $T_c$  material-spezifische Parameter sind. Diskutieren Sie die Differenz der Entropien im supra- und normalleitenden Zustand. Berechnen Sie nun die latente Wärme  $Q_{sn}$  des Phasenübergangs. Ist der 3. Hauptsatz erfüllt?

**Zum Übungsbetrieb:** Die Übungsaufgaben teilen sich auf in mündliche **M** und schriftliche **S** Aufgaben. Die Bedingung für die Vergabe eines Übungsscheins gliedert sich daher in zwei Teile:

- Es müssen mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte erreicht werden. Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen. Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung diejenigen Aufgaben auf einer ausliegenden Liste an, die er oder sie bearbeitet hat. Wer eine Aufgabe angekreuzt hat, ist bereit diese Aufgabe an der Tafel vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen am Ende des Semesters in Summe 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt sein.