

Prof. Dr. Sabine Klapp

Dr. Arash Azhand, Andreas Koher, Ché Netzer, Lasse Ermoneit, Philipp Stammer, Philip Knospe

2. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik

Abgabe: Mo. 08.05.2017 bis 11:00 Uhr, Briefkasten im ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte!

Aufgabe 4 (6 Punkte): Taylorentwicklung

Taylorreihen dienen dazu, eine Funktion f um einen bestimmten Punkt herum zu nähern. Die Taylorreihe einer Funktion x um den Punkt x_0 bis zur n -ten Ordnung lautet

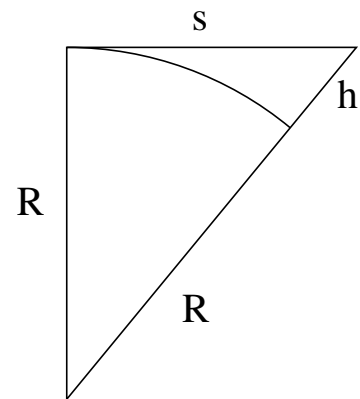
$$P_f^{(n)}(x; x_0) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2}f''(x_0)(x - x_0)^2 + \dots + \frac{1}{n!}f^{(n)}(x_0)(x - x_0)^n.$$

Bitte entwickeln Sie die folgenden Funktionen an der Stelle x_0 . Sie dürfen die Reihe nach dem ersten nicht verschwindenden Glied nach der nullten Ordnung abbrechen.

- $f(x) = (1 - e^{1-x})^2$, $x_0 = 1$
- $f(x) = e^x + \frac{1}{2}(x^2 - e^{2x})$, $x_0 = 0$
- $f(x) = \cos(x)$, $x_0 = \pi$
- $f(x) = \sqrt{1+x^2}$, $x_0 = 0$
- Beschaffen Sie sich aus einem Tafelwerk die Reihendarstellung des $\arctan(x)$. Geben Sie damit bitte eine unendliche Reihe mit dem Grenzwert $\frac{\pi}{4}$ an.

Aufgabe 5 (10 Punkte): Gravitation

Wir betrachten die Beschleunigung, die nötig ist, um einen Körper der Masse M auf einer Kreisbahn mit Radius R und Winkelgeschwindigkeit ω zu halten. Unbeschleunigt würde sich der Körper um die Strecke $s = \omega R t$ geradeaus bewegen. Aufgrund der Beschleunigung bewegt er sich währenddessen um die Strecke h in Richtung Kraftzentrum.



- Berechne $h(t)$.
- Wir berechnen die Zentralbeschleunigung

$$a_Z = \lim_{t \rightarrow 0} \ddot{h}(t).$$

Das Ergebnis ist $a_Z = \omega^2 R$, zum Vergleich.

Einer Idee von Robert Hooke folgend, formulierte Isaac Newton in seinen *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* ein neues Gravitationsgesetz. Demnach üben zwei Massen M_1 und M_2 im Abstand R die anziehende Kraft

$$F_G = G \frac{M_1 M_2}{R^2}$$

aufeinander aus, wobei G die Gravitationskonstante ist. Newton postulierte, diese Kraft sei universell, gelte also für den Mond genauso wie für den fallenden Apfel.

- Zeige, dass aus dem Newtonschen Gravitationsgesetz das 3. Keplersche Gesetz folgt, welches lautet: "Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier beliebiger Planeten (des gleichen Sonnensystems) sind den Kuben der Hauptachsen (hier vereinfacht: Radien) ihrer jeweiligen Umlaufbahn proportional."

2. Übung MMP SS2017

- d) Auf Bergen ist die Gravitation geringer, da man dort weiter vom Erdmittelpunkt entfernt ist. Bilde die erste Ableitung der Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche und formuliere damit eine Abschätzung, wie sich die Erdbeschleunigung pro Höhenkilometer ändert.

Aufgabe 6 (6 Punkte): Komplexe Zahlen

- a) Sei z eine beliebige komplexe Zahl und z^* ihre konjugiert komplexe Zahl. Löse die Gleichungen

$$z = 2 + 3iz^*, \quad \frac{z + 2 + 3i}{2z - 3} = i + 2, \quad z = -iz^*.$$

- b) Sei $A, B \in \mathbb{R}$. Zeige, dass gilt

$$\frac{1}{A + iB} = \frac{A - iB}{A^2 + B^2}.$$

Geben Sie die *Lösungen* für $z \in \mathbb{C}$ als Summe aus Real- und Imaginärteil und in der Polarform an!

$$z^3 = i, \quad z^4 = -1$$

Vorlesung:	• Donnerstag 8:15 Uhr – 09:45 Uhr im EW 201
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte, einmal vorrechnen, Klausur bestehen.
Zettel:	• Ausgabe: Donnerstags in der Vorlesung. • Abgabe: 10 Tage später am Montag im Briefkasten ('Einführung') des ER-Gebäudes.
Sprechzeiten:	• Prof. Dr. Sabine Klapp: Di, 12.15 – 13 Uhr im EW 707 • Dr. Arash Azhand: Do, 15 – 16 Uhr im EW 627 • Andreas Koher: Di 16 – 17 Uhr im ER 240 • Lasse Ermonait: Mo 14 – 16 Uhr im EW 060 • Ché Netzer: Mo 14 – 15 Uhr im EW 060 • Philipp Stammer: Mi 09 – 10 Uhr EW 060 • Philip Knospe: Mi 14 – 15 Uhr EW 060