

Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)
Johannes Blaschke (Sprechstunde: Fr 10:00-11:00 in EW 708)

2. Übungsblatt – Statistische Physik des Nichtgleichgewichts

Abgabe/Vorrechnen: Mo. 08.05.2017 im Tutorium (10:15, EW 731)

S Aufgabe 4 (8 Punkte): *Konvektionsformel und Charakteristische Linien*

- (a) Geben Sie ein eindimensionales Geschwindigkeitsfeld an, dessen materielle Beschleunigung null ist und dessen konvektive Ableitung nicht verschwindet. Interpretieren Sie nun allgemein die konvektive Beschleunigung $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$: In welche Richtung weist die konvektive Beschleunigung bei konstantem Betrag eines Geschwindigkeitsfeldes? Was geschieht, wenn das Geschwindigkeitsfeld zusätzlich auch noch wirbelfrei ist?
- (b) Skizzieren Sie die angegebenen Geschwindigkeitsfelder und bestimmen Sie die *Bahnlinie* $\mathbf{x}(\xi, t)$, sowie Geschwindigkeit $\mathbf{v}(\xi, t)$ und Beschleunigung $\mathbf{a}(\xi, t)$ des materiellen Punktes ξ .

$$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} kx \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \frac{k}{1+t/t_0} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad k, t, t_0 \geq 0.$$

- (c) *Stromlinien* sind definiert als die Feldlinien des momentanen Geschwindigkeitsfeldes. Die Differentialgleichung für die Stromlinie $\mathbf{r}(\lambda)$ lautet:

$$\frac{d\mathbf{r}(\lambda)}{d\lambda} = \mathbf{v}(\mathbf{r}(\lambda), t)|_{t=const.}.$$

Zeigen Sie ganz allgemein, dass diese Bedingung zur Berechnung der Stromlinien äquivalent zu der Bedingung

$$\frac{d\mathbf{r}(\lambda)}{d\lambda} \times \mathbf{v}(\mathbf{r}(\lambda), t)|_{t=const.} = 0$$

ist. Berechnen Sie die Stromlinien von \mathbf{u}_1 und \mathbf{u}_2 . Welche Beziehung besteht zwischen den Stromlinien und den Bahnlinien der Geschwindigkeitsfelder?

S Aufgabe 5 (2 Punkte): *Tornado*

Das Geschwindigkeitsfeld in einem Tornado kann in Polarkoordinaten durch folgende Beziehung angenähert werden:

$$\mathbf{v} = -\frac{a}{r}\mathbf{e}_r + \frac{b}{r}\mathbf{e}_\varphi, \quad a, b > 0.$$

Zeigen Sie, dass die Stromlinien logarithmische Spiralen sind. Berechnen Sie dazu die Gleichung der Stromlinie, die durch den Ort $(r_0, \varphi = 0)$ geht.

M Aufgabe 6: *Deformation und Drehung*

Gegeben sei das folgende Geschwindigkeitsfeld in \mathbb{R}^2 ($\gamma > 0$):

$$\mathbf{v}(x, y) = \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma x \end{pmatrix}.$$

- (a) Skizzieren Sie das Geschwindigkeitsfeld und berechnen Sie den Verzerrungsgeschwindigkeits-tensor \mathbf{A} sowie den Drehgeschwindigkeitstensor \mathbf{W} .
- (b) Finden Sie eine geeignete Basis, in der \mathbf{A} diagonal wird und interpretieren Sie die Eigenwerte.
- (c) Finden und skizzieren Sie ein Geschwindigkeitsfeld, welches die Bedingung $\mathbf{W} = 0$ erfüllt, mit \mathbf{A} wie in (a).
- (d) Finden und skizzieren Sie ein Geschwindigkeitsfeld, welches die Bedingung $\mathbf{A} = 0$ erfüllt, mit \mathbf{W} wie in (a).