

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD
 Dr. Anna Zakharova
 Dr. Wassilij Kopylov
 Alexander Kraft

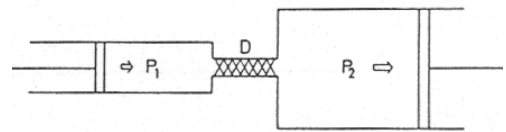
10. Übungsblatt – Theoretischen Physik IV

Abgabe: Di. 04. 07. 2017 bis 12:00 Uhr im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummer und das Tutorium an!

Aufgabe 1 (4 Punkte): Joule-Thomson-Prozess

Ein Zylinder wird durch eine Druckdrossel D in zwei Teilzylinder geteilt. Auf den beiden Seiten befinden sich Kolben, die Druck aufnehmen oder ausüben können (siehe Skizze), so dass beide Teilzylinder an ein Druckbad gekoppelt sind. Eine bestimmte Gasmenge werde durch D gepresst. p_1 und p_2 seien die Drücke vor und hinter der Öffnung, V_1 und V_2 die entsprechenden Volumina.



Zu Beginn des Prozesses sei $V_2 = 0$ und $V_1 = V$, am Ende $V_1 = 0$ und $V_2 = V$. Bei dem Prozess entspannt sich das Gas unter Wärmeisolation von dem Druck p_1 auf p_2 .

- (a) Begründen Sie, warum die Enthalpie H konstant bleibt.
- (b) Die Änderung der Temperatur wird daher durch den Joule-Thomson-Koeffizienten $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$ bestimmt. Zeigen Sie: $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{T}{C_p} \left[\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - \frac{V}{T} \right]$ und $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S > \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$.

Aufgabe 2 (8 Punkte): Virialkoeffizient

In der Virialentwicklung realer Gase geringer Dichten lautet die Zustandsgleichung

$$\frac{pv}{RT} \approx 1 - B_2 \frac{N_A}{v} \quad \text{mit dem 2. Virialkoeffizienten} \quad B_2(T) = \frac{1}{2} \int d^3r \left(e^{-\beta\varphi(\mathbf{r})} - 1 \right)$$

für ein vorgegebenes Potenzial $\varphi(\mathbf{r})$ (p : molarer Druck, v : molares Volumen).

- (a) Berechnen Sie $B_2(T)$ für das intermolekulare Sutherland-Potenzial

$$\varphi(r) = \begin{cases} +\infty & 0 < r < d, \\ -\varphi_0 \left(\frac{d}{r}\right)^m & d \leq r < +\infty, \varphi_0 > 0, m > 3 \end{cases}$$

exakt (in Form einer Reihe) und im Hochtemperaturlimes $\beta\varphi_0 \ll 1$. d ist der Durchmesser eines Teilchens.

- (b) Bringen Sie die Zustandsgleichung in die Form der Van der Waals-Gleichung für geringe Dichten und bestimmen sie das Eigenvolumen b und den Binnendruck a in Abhängigkeit von den Parametern φ_0 und d .

Es genügt die Reihe aus (a) nur bis zur ersten Ordnung zu betrachten. Die Gasteilchen können als kugelförmig angenommen werden. Für das Volumen eines Gasteilchens gilt also:

$$V_K = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3.$$

10. Übung TP IV SS 2017

Aufgabe 3 (8 Punkte): Kritischer Punkt im van der Waals-Gas

Betrachten Sie ein van der Waals-Gas mit der Teilchendichte $\rho = \frac{N}{V} = \frac{1}{v}$.

(a) Führen Sie die neuen Zustandskoordinaten

$$\hat{p} := \frac{p - p_c}{p_c}, \quad \hat{v} := \frac{V - V_c}{V_c}, \quad \hat{t} := \frac{T - T_c}{T_c}$$

ein, wobei der Index c sich auf den kritischen Punkt bezieht. Zeigen Sie, dass die Zustandsgleichung in der Nähe des kritischen Punktes durch $\hat{p} \approx A\hat{t} - B\hat{t}\hat{v} - C\hat{v}^3$ approximiert werden kann. Bestimmen Sie die Konstanten A, B und C .

(b) Der Index $'$ bezeichnet die flüssige Phase und $''$ die Dampfphase. Zeigen Sie, dass folgende Beziehungen in der Nähe des kritischen Punktes gültig sind:

- Entlang einer Isothermen in der Nähe des kritischen Punktes gilt $\hat{p} \sim (\rho - \rho_c)^\delta$.
- Entlang der kritischen Isochoren gilt $\kappa_T \sim |\hat{t}|^{-\gamma}$.
- Allgemein gilt: $\rho' - \rho'' \sim |\hat{t}|^\beta$.

Berechnen Sie in den drei Fällen die kritischen Exponenten δ, γ bzw. β .

Vorlesung:	<ul style="list-style-type: none"> • Mittwoch 12:15 Uhr – 14:00 Uhr im EW 203. • Freitag 8:15 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203. 																									
Tutorien:	<ul style="list-style-type: none"> • Mo, 14–16 Uhr, EW 229 (Wassilij Kopylov). • Mi, 10–12 Uhr, EW 229 (Alexander Kraft). • Do, 10–12 Uhr, EW 731 (Anna Zakharova). 																									
Klausur:	<ul style="list-style-type: none"> • Freitag, den 14.07.2017, von 8:00 – 10:00 Uhr im H 3010. 																									
Scheinkriterien:	<ul style="list-style-type: none"> • Mindestens 50% der Übungspunkte. • Bestandene Klausur. • Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien. 																									
Sprechzeiten:	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Name</th> <th>Tag</th> <th>Zeit</th> <th>Raum</th> <th>Tel.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Prof. Dr. E. Schöll, PhD</td> <td></td> <td>nach Vereinbarung</td> <td>EW 735</td> <td>23500</td> </tr> <tr> <td>Dr. Anna Zakharova</td> <td>Di.</td> <td>15:00–16:00 Uhr</td> <td>ER 244</td> <td>28948</td> </tr> <tr> <td>Dr. Wassilij Kopylov</td> <td>Fr.</td> <td>14:30–15:30 Uhr</td> <td>EW 146</td> <td>21776</td> </tr> <tr> <td>Alexander Kraft</td> <td>Di</td> <td>13–14 Uhr</td> <td>EW 269</td> <td>28852</td> </tr> </tbody> </table>	Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.	Prof. Dr. E. Schöll, PhD		nach Vereinbarung	EW 735	23500	Dr. Anna Zakharova	Di.	15:00–16:00 Uhr	ER 244	28948	Dr. Wassilij Kopylov	Fr.	14:30–15:30 Uhr	EW 146	21776	Alexander Kraft	Di	13–14 Uhr	EW 269	28852
Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.																						
Prof. Dr. E. Schöll, PhD		nach Vereinbarung	EW 735	23500																						
Dr. Anna Zakharova	Di.	15:00–16:00 Uhr	ER 244	28948																						
Dr. Wassilij Kopylov	Fr.	14:30–15:30 Uhr	EW 146	21776																						
Alexander Kraft	Di	13–14 Uhr	EW 269	28852																						