

PD Dr. Gernot Schaller
Dr. Javier Cerrillo

1. Übungsblatt – TPVI: Quantensysteme im Nichtgleichgewicht II

Abgabe: Mi. 03.05.2017 12:15 Uhr im Tutorium

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen.

Aufgabe 1 (15 Punkte): *Properties of density matrix transformations*

(a) (5) Show that the von-Neumann equation

$$(1) \quad \dot{\rho} = -i [H, \rho],$$

preserves self-adjointness, trace, and positivity of the density matrix.

(b) (5) Show that the measurement postulate preserves self-adjointness, trace, and positivity of the density matrix.

(c) (5) Show that the Lindblad form master equation

$$(2) \quad \dot{\rho} = -i [H, \rho] + \sum_{\alpha, \beta=1}^{N^2-1} \gamma_{\alpha\beta} \left(A_{\alpha} \rho A_{\beta}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{ A_{\beta}^{\dagger} A_{\alpha}, \rho \} \right),$$

where $\gamma_{\alpha\beta}$ is a positive semidefinite matrix, preserves trace and hermiticity of the density matrix.

Aufgabe 2 (15 Punkte): *Master equation for a driven cavity in a thermal bath*

Let us consider the master equation for a driven cavity in a thermal bath

$$(3) \quad \dot{\rho} = -i \left[\Omega a^{\dagger} a + \frac{P}{2} e^{i\omega t} a + \frac{P^*}{2} e^{-i\omega t} a^{\dagger}, \rho \right] - \frac{\Gamma}{2} (1 + n_B) \left(a^{\dagger} a \rho + \rho a^{\dagger} a - 2a \rho a^{\dagger} \right) - \frac{\Gamma}{2} n_B \left(a a^{\dagger} \rho + \rho a a^{\dagger} - 2a^{\dagger} \rho a \right),$$

with bosonic operators $[a, a^{\dagger}] = 1$, cavity frequency Ω , driving intensity P and frequency ω , coupling rate Γ and Bose-Einstein bath occupation $n_B = (e^{\beta\Omega} - 1)^{-1}$ with inverse temperature β .

(a) (5) Calculate the expectation value of the number operator $\hat{n} = a^{\dagger} a$ and its square $\hat{n}^2 = a^{\dagger} a a^{\dagger} a$ in the stationary state of the master equation for no driving $P = 0$.

(b) (5) Transform the master equation into a time independent frame.

(c) (5) Calculate the expectation value of the number operator $\hat{n} = a^{\dagger} a$ for arbitrary driving strength P and compare to the result in (a).

1. Übung TPVI SS17

- | | |
|-------------------------|--|
| Vorlesung: | <ul style="list-style-type: none">• Di. 08:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203.• Do. 08:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203. |
| Übung: | <ul style="list-style-type: none">• Mi. 12:00 Uhr – 14:00 Uhr im EW 731. |
| Scheinkriterien: | <ul style="list-style-type: none">• Mindestens 50% der Übungspunkte.• Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium. |