Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)
Dr. Jérôme Burelbach (Sprechstunde: Mo 14:00-15:00 in EW 708)

3. Übungsblatt – Biologische Physik

Abgabe/Vorrechnen: Mi. 09.05.2018 in der Übung

S **Aufgabe 8 (10 Punkte):** *HI-Virus*

Das Genom des HI-Virus besteht (wie andere Genome auch) aus einer Kette von „Buchstaben" (Basen) aus einem „Alphabet", das nur vier Buchstaben enthält. Der Informationsgehalt eines einzelnen HIV ist gering, insgesamt gibt es nur 10^4 „Buchstaben". Da jeder einzelne der „Buchstaben" in jede beliebige der anderen drei Möglichkeiten mutieren kann, gibt es insgesamt $3 \cdot 10^4$ verschiedene „Ein-Buchstaben-Mutationen".
Bei einem symptomfreien HIV-Patienten werden jeden Tag etwa 10^{10} neue Viren gebildet. Ungefähr 1% dieser Viren infiziert weiße Blutkörperchen. Die Fehlerrate beim Kopieren des HIV-Genoms liegt bei etwa einem Fehler pro $3 \cdot 10^4$ kopierten „Buchstaben".

(a) Wie viele weiße Blutkörperchen werden jeden Tag durch ein Virus mit einer einzelnen Mutation neu infiziert?* Vergleichen Sie diese Zahl mit der Gesamtzahl der Möglichkeiten für „Ein-Buchstaben-Mutationen".

(b) Wie viele verschiedene Zwei-Basen-Mutationen gibt es?

(c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Virus zwei Basen aufweist, die von der vorigen Generation fehlerhaft kopiert wurden. Wie viele weiße Blutkörperchen werden jeden Tag durch ein Virus mit Zwei-Basen-Mutation infiziert? Vergleichen Sie dies mit dem Ergebnis von (b).

(d) Wiederholen Sie die Rechnungen (b) und (c) für „Drei-Buchstaben-Mutationen".

(e) Angenommen, die Wirkung eines Medikaments bestehe darin, dass es an einem bestimmten Teil des HIV angreife, und das Virus könne durch eine bestimmte Ein-Basen-Mutation der Wirkung des Medikaments entkommen. Dann wird das Virus ziemlich rasch über die richtige Mutation „stolpern", d. h. das Medikament wird nicht sehr lange wirksam sein. Warum verwendet man stattdessen zur Zeit in der HIV-Therapie eine Kombination aus drei verschiedenen Antiviren-Medikamenten?

*Ein kleiner Exkurs: Die diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$p_N(k) = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} ,$$

heißt Binomialverteilung. Sie ist wie folgt zu verstehen. Sei p die Erfolgswahrscheinlichkeit (bzw. die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmtes Ereignis eintritt) bei einem Versuch. $p_N(k)$ ist dann die Wahrscheinlichkeit, bei N Versuchen genau k "Erfolge" zu erzielen.

M **Aufgabe 9**: *Gauß-Verteilung*

Die Gauß'sche Wahrscheinlichkeitsverteilung (mit Mittelwert μ und Standardabweichung σ) lautet

$$P(x) = N\mathrm{e}^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} .$$

(a) Bestimmen Sie den Normierungsfaktor N der Verteilung.
(Berechnen Sie hierzu *explizit* das Integral $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x P(x)$.)

(b) Berechnen Sie die Momente

$$\langle (x-\mu)^n \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x\, (x-\mu)^n P(x) .$$

M **Aufgabe 10**: *Charakteristische Funktion*

Die Fouriertransformierte einer Verteilung $P(x)$ (bzw. den Erwartungswert $\langle e^{-ikx} \rangle$) nennt man charakteristische Funktion:

$$G(k) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \, e^{-ikx} P(x) \; .$$

(a) Zeigen Sie, dass

$$\langle x^n \rangle = \frac{1}{(-i)^n} \left. \frac{d^n G(k)}{dk^n} \right|_{k=0} \; ,$$

und erläutern Sie, dass bei Kenntniss aller $\langle x^n \rangle$, die Verteilung $P(x)$ eindeutig bestimmt ist.

(b) Berechnen Sie $G(k)$ für die Rechteck-Verteilung:

$$P(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a} & |x| \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases} \; ,$$

und berechnen Sie damit $\langle x \rangle$.

Alternativaufgabe Kurzvortrag (ersetzt komplett Aufgaben 8–10)

Übersicht über den *Informationsfluss in Zellen*
(vgl. Vorlesungsmaterialien)