Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. Andreas Knorr
Dr. Dirk Kulawiak, Dr. Marten Richter,
Lasse Ermoneit, Manuel Katzer, Robert Salzwedel, Philipp Stammer

2. Übungsblatt: – Mathematische Methoden der Physik
Felder: Partielle Ableitung, Nabla Kalkül und Taylorreihe

Rechnen/Lösungsstrategien im Tutorium: 18. KW vom 30.4-4.5.2018
Lösungsbesprechung im Tutorium: 19. KW vom 7.5-11.5.2018

Aufgabe 1 : *Partielle und totale Ableitung*

Die Funktion f ist gegeben als $f(t, x, y) = \ln(x(y^2 - 1)t^3)$

1. Berechnen sie die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ und $\frac{\partial f}{\partial t}$. Welche Annahme wird für die Berechnung der partielle Ableitung gemacht?
2. Die Ortskoordinaten $x = g(t)$ und $y = h(t)$ hängen jetzt von der Zeit ab. Berechnen sie die totale Ableitung $\frac{d}{dt}f(t, g(t), h(t))$. Wie kann die partielle und die totale Ableitung geometrisch Interpretiert werden?

Aufgabe 2 : *Identitäten*

Die folgenden Identitäten sind fundamental für die theoretische Physik und werden häufig in der Vorlesung genutzt. Zeigen sie die Gültigkeit folgender Identitäten in Komponentendarstellung (dh. $\nabla = \sum_i \partial_i \mathbf{e}_i$):

1. Sei f eine Funktion. Dann gilt $\nabla \times (\nabla f) = 0$.
2. Sei $\mathbf{v}$ ein Vektorfeld. Dann gilt $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{v}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) - \Delta \mathbf{v}$ und $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) = 0$.

$\Delta = \nabla \cdot \nabla$ ist der Laplace Operator, der auf jede Komponente des Vektorfeldes wirkt.

Aufgabe 3 : *Potentiale und Kräfte*
Gegeben sei das Gravitationspotential $U(r) = -\frac{GmM}{r} + C$ mit den Massen m und M, der Gravitationskonstante G, der Konstante C und dem Ortsvektor $\mathbf{r}$ bzw. dem Betrag des Ortsvektors $r = |\mathbf{r}|$.

1. Welche physikalische Bedeutung hat C? Skizzieren sie das Potential $U(r)$ für $C = 0$.
2. Berechnen sie die Gravitationskraft $\mathbf{F}_G(\mathbf{r}) = -\nabla U(r)$ und zeigen sie das $\mathbf{F}_G(\mathbf{r})$ ein Gradientenfeld ist, dh.$\nabla \times \mathbf{F}_G(\mathbf{r}) = 0$ (für $|\mathbf{r}| \neq 0$).

Aufgabe 4 : *Taylor Entwicklung*
Die Funktion g ist gegeben als

$$g(x) = 0.5 * \sin(x/2) \tag{1}$$

1. Berechnen sie die Taylor Entwicklung $T = \sum_{n=0}^{\infty} T_n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$ der Funktion $g(x)$ bis zur Ordnung $n = 4$ um $x_0 = 0$.
2. Skizzieren sie die Funktion und $T_n(x)$ für alle berechneten Ordnungen.
3. Begründen sie, warum einige Ordnungen der Taylor Reihe verschwinden.
4. Für Fleißige: Skizzieren sie die Funktion $g(x)$ mit Mathematica, Python oder ähnlicher Software und bestimmen sie die Entwicklung des Fehlers $f_n(x) = |T_n(x) - g(x)|$.

Vorlesung: Do. um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201.

Übungen: Die Tutorien beginnen in der zweiten Vorlesungswoche. Die Tutorieneinteilung, Klausurpunkteverteilung und Scheinvergabe erfolgt über das Mosessystem. Der Anmeldezeitraum geht bis Mittwoch, den 18. April 2018 18:00. Benötigt wird ein tubIT-Account. Bei Bedarf findet eine große Übung am Fr. von 14-16 Uhr im Raum C130 statt, halten Sie sich den Termin bitte frei. Genaueres auf unserer Webseite.
Die Übungsblätter werden in der Vorlesung am Donnerstag ausgegeben. Wir erwarten, dass jeder Studierende sich mit den Übungsaufgaben beschäftigt und mit der Bearbeitung VOR seinem Tutorium in der darauffolgenden Woche begonnen und erste Lösungsideen entwickelt hat.
Die Tutorien werden sowohl zur angeleiteten Lösung der Übungsaufgaben (eine Woche nach Ausgabe der Aufgaben), als auch zur angeleiteten Selbstkontrolle der Aufgaben (zwei Wochen nach Ausgabe der Übungsaufgaben) genutzt. Darüber hinaus wird, eine selbstständige Bearbeitung der Aufgaben der Studierenden überwiegend außerhalb der Tutorien erwartet.
Die Übungsaufgaben dienen vorrangig der Vertiefung des Stoffes und insbesondere auch zur Vorbereitung der Klausur.

Klausur- und Scheinkriterien:

Die Klausur findet am Donnerstag, den 12.07.2018, in den Räumen MA 004, MA 005, EW 201 (genaue Verteilung der Studierenden wird noch bekannt gegeben) von 8:00-10:00 Uhr s.t. statt.
Für die Klausur ist eine Anmeldung erforderlich, diese erfolgt vom 4.- 29.6.18 (Ausschlussfrist) bei dem Tutor oder Assistenten im Tutorium oder Sprechstunde in dessen Tutorium der Studierende eingeteilt ist. Anmeldungen per Email werden nicht entgegengenommen.
Scheinkriterium ist die bestandene Klausur bzw. Nachklausur. Genaure Informationen finden Sie auf unserer Webseite http://www.itp.tu-berlin.de/?193612 .

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
- Hermann Schulz: Physik mit Bleistift - Das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
- May-Britt Kallenrode: Rechenmethoden der Physik - Mathematischer Begleiter zur Experimentalphysik