

**6. Übungsblatt: – Mathematische Methoden der Physik  
Krummlinige Koordinaten: Differentialoperatoren**

**Rechnen/Lösungsstrategien im Tutorium: 22. KW vom 28.5-1.6.2018**

**Lösungsbesprechung im Tutorium: 23. KW vom 4.6-8.6.2018**

**Aufgabe 1 :** *Differentialoperatoren in Zylinder und Kugelkoordinaten*

In der Vorlesung wurde  $\nabla$  in beliebigen Koordinaten  $(u, v, w)$  eingeführt.

1. Bestimmen Sie die metrischen Koeffizienten  $g_i$  von Zylinder und Kugelkoordinaten.
2. Einige metrischen Koeffizienten  $g_i$  sind nicht konstant. Interpretieren sie deren Bedeutung.
3. Zeigen Sie, dass  $\nabla$  in Kugelkoordinaten folgende Form besitzt  $\nabla = \mathbf{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \mathbf{e}_\varphi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi}$ .
4. Stellen Sie die Divergenz und die Rotation für ein Vektorfeld  $\mathbf{A}$  in Kugelkoordinaten dar.

**Aufgabe 2 :** *Anwendung von Differentialoperatoren in krummlinigen Koordinaten*

Gegeben ist das Vektorfeld  $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = v_0 \mathbf{e}_\phi$  aus der Vorlesung mit der Konstante  $v_0$  und die Gravitationskraft einer Punktmasse  $M$   $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{GmM}{r^2} \mathbf{e}_r$  auf eine Masse  $m$  mit der Gravitationskonstante  $G$  und dem Ortsvektor  $\mathbf{r}$  bzw. dem Betrag des Ortsvektors  $r = |\mathbf{r}|$ . Benutzen sie Zylinderkoordinaten für  $\mathbf{v}$  bzw. Kugelkoordinaten für  $\mathbf{F}$ .

1. Bestimmen sie  $\nabla \cdot \mathbf{v}$  und  $\nabla \times \mathbf{v}$ . Benutzen sie dazu:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{A} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \\ \nabla \times \mathbf{A} &= \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \vec{e}_\rho + \left( \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) \vec{e}_\varphi + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\varphi) - \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right) \vec{e}_z. \end{aligned} \quad (1)$$

2. Bestimmen sie  $\nabla \cdot \mathbf{F}$  und  $\nabla \times \mathbf{F}$  (für  $\mathbf{r} \neq 0$ ). Benutzen sie die Ausdrücke aus Aufgabe 1.4.
3. Interpretieren Sie die physikalische Bedeutung von Divergenz und Rotation von  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$  und  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ .
4. Für fleissige: Plotten sie die Vektorfelder und ihre Ableitungen mit Python oder Mathematica.

**Hinweis: Die Definitionen von Zylinder und Kugelkoordinaten sind auf folgenden Seiten gegeben:**

<https://de.wikipedia.org/wiki/Zylinderkoordinaten>

<https://de.wikipedia.org/wiki/Kugelkoordinaten>

**Vorlesung:** Do. um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201.

**Übungen:** Die Tutorien beginnen in der zweiten Vorlesungswoche. Die Tutorieneinteilung, Klausurpunkteverteilung und Scheinvergabe erfolgt über das Mosessystem. Der Anmeldezeitraum geht bis Mittwoch, den 18. April 2018 18:00. Benötigt wird ein tubIT-Account. Bei Bedarf findet eine große Übung am Fr. von 14-16 Uhr im Raum C130 statt, halten Sie sich den Termin bitte frei. Genaueres auf unserer Webseite.

Die Übungsblätter werden in der Vorlesung am Donnerstag ausgegeben. Wir erwarten, dass jeder Studierende sich mit den Übungsaufgaben beschäftigt und mit der Bearbeitung VOR seinem Tutorium in der darauffolgenden Woche begonnen und erste Lösungsideen entwickelt hat.

Die Tutorien werden sowohl zur angeleiteten Lösung der Übungsaufgaben (eine Woche nach Ausgabe der Aufgaben), als auch zur angeleiteten Selbstkontrolle der Aufgaben (zwei Wochen nach Ausgabe der Übungsaufgaben) genutzt. Darüber hinaus wird, eine selbstständige Bearbeitung der Aufgaben der Studierenden überwiegend außerhalb der Tutorien erwartet.

Die Übungsaufgaben dienen vorrangig der Vertiefung des Stoffes und insbesondere auch zur Vorbereitung der Klausur.

### **Klausur- und Scheinkriterien:**

Die Klausur findet am Donnerstag, den 12.07.2018, in den Räumen MA 004, MA 005, EW 201 (genaue Verteilung der Studierenden wird noch bekannt gegeben) von 8:00-10:00 Uhr s.t. statt.

Für die Klausur ist eine Anmeldung erforderlich, diese erfolgt vom 4.- 29.6.18 (Ausschlussfrist) bei dem Tutor oder Assistenten im Tutorium oder Sprechstunde in dessen Tutorium der Studierende eingeteilt ist. Anmeldungen per Email werden nicht entgegengenommen.

Scheinkriterium ist die bestandene Klausur bzw. Nachklausur. Genaue Informationen finden Sie auf unserer Webseite <http://www.itp.tu-berlin.de/?193612> .

### **Literatur zur Lehrveranstaltung:**

- Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
- Hermann Schulz: Physik mit Bleistift - Das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
- May-Britt Kallenrode: Rechenmethoden der Physik - Mathematischer Begleiter zur Experimentalphysik