

<b>7. Übungsblatt: Mathematische Methoden der Physik</b> <b>Satz von Gauß und Satz von Stokes</b>
--

**Rechnen/Lösungsstrategien im Tutorium: 23. KW vom 4-8.6.2018**

**Lösungsbesprechung im Tutorium: 24. KW vom 11-15.6.2018**

**Aufgabe 1 : Gültigkeit des Satzes von Gauß**

Gegeben ist das Vektorfeld  $\mathbf{A} = (ax, -2(x^2 + y^2), z^2)^T$  mit reellem Parameter  $a$ . Berechnen Sie für einen Kreiszyylinder der Höhe  $H$ , Radius  $R$  (genauer:  $x^2 + y^2 = R^2, z \in [0, H]$ ) zunächst explizit die folgenden zwei Integrale, indem Sie Zylinderkoordinaten einführen:

(a) Volumenintegral  $\int_V d^3r \nabla \cdot \mathbf{A}$ .

(b) Oberflächenintegral  $\int_{\partial V} d\mathbf{f} \cdot \mathbf{A}$ .

Überprüfen Sie anhand der Ergebnisse, ob der Satz von Gauß gilt.

**Aufgabe 2 : Anwendung des Satzes von Stokes**

Gegeben sei ein zylinderförmiger, stromdurchflossener Leiter mit Radius  $\rho_0$ . Seine Stromdichte sei gegeben als:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{I_0}{\pi \rho_0^2} & x^2 + y^2 < \rho_0^2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (1)$$

Interpretieren Sie die Gleichung (1)! Berechnen Sie das Magnetfeld  $\mathbf{B}$  außerhalb des Leiters, verwenden Sie dabei geeignete Koordinaten (Zylinderkoordinaten):

Dazu zeigen Sie zunächst ausgehend von  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ , dass

$$\int_{\partial A} d\mathbf{r} \cdot \mathbf{B} = \mu_0 \int_A d\mathbf{f} \cdot \mathbf{j} \quad (2)$$

für eine Fläche  $A$  gilt. Berechnen Sie dann die beiden Integrale unter Verwendung des Ansatzes  $\mathbf{B} = B_\rho \mathbf{e}_\rho + B_\phi \mathbf{e}_\phi + B_z \mathbf{e}_z$ . Danach bestimmen Sie die Komponenten des magnetischen Feldes.