Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. Andreas Knorr
Dr. Dirk Kulawiak, Dr. Marten Richter,
Lasse Ermoneit, Manuel Katzer, Robert Salzwedel, Philipp Stammer

8. Übungsblatt: – Mathematische Methoden der Physik
Fourieranalyse

Rechnen/Lösungsstrategien im Tutorium: 24. KW vom 11.6-15.6.2018
Lösungsbesprechung im Tutorium: 25. KW vom 18.6-22.6.2018

Aufgabe 1 : *Fourierreihe*
Eine Funktion f kann nicht nur durch Polynome approximiert werden (Taylor-Reihen), sondern auch mittels anderer Funktionen. Die Fourierreihe von f ist definiert als $F(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\frac{2\pi}{T}t}$, mit den Fourierkoeffizienten $c_n = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)e^{-in\frac{2\pi}{T}t}dt$, wobei T die Periode der zu approximierenden Funktionen ist.
Betrachten Sie die Funktionen $f(t) = \begin{cases} h & \text{für } 0 \leq t < T/2, \\ -h & \text{für } T/2 \leq t < T \end{cases}$ dabei sei $f(t+T) = f(t)$ und $g(t) = h|\sin(t)|$, wobei h eine Konstante ist.

1. Berechnen Sie die vollständige Fourier-Reihe von f und g.
2. Für fleissige: Plotten Sie mit einem Programm Ihrer Wahl sowohl f und g, also auch die N-te Partialsumme der Fourier-Reihe für $N = \{1, 3, 5\}$.

Aufgabe 2 : *Fouriertransformation*
Die Fouriertransformierte einer Funktion $f(t)$ ist wie folgt definiert:

$$\tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}\mathrm{d}t \ . \tag{1}$$

Berechnen Sie für folgende Funktionen die Fouriertransformierte:

$$f_1(t) = a_0\ e^{-\gamma t}\Theta(t), \quad f_2(t) = a_0\ e^{-t^2\gamma^2}, \quad f_3(t) = a_0, \quad f_4(t) = a_0\ \delta(t), \tag{2}$$

wobei die *Heavyside-Funktion* definiert ist als $\Theta(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$.

Aufgabe 3 : *Darstellung der Delta-Distribution*
In der Vorlesung wurde diskutiert, dass die Delta-Distribution auch als Grenzwert von Funktionenfolgen $\delta_\varepsilon(x)$ dargestellt werden kann, so dass $\lim\limits_{\epsilon\to 0} \delta_\epsilon(x) \to \delta(x)$ gilt.

1. Zeigen Sie, dass für die in der Vorlesung genannte Funktionenfolge gilt:

$$\delta_\epsilon(x) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk e^{ixk} e^{-|k|\epsilon} = \frac{1}{\pi}\frac{\epsilon}{x^2+\epsilon^2}.$$

2. Für fleissige: Plotten Sie mit einem Programm Ihrer Wahl $\delta_\epsilon(x)$ für $\epsilon = \{0.1, 0.5, 1\}$ und überzeugen sie sich vom Charakter der δ-Funktion.

Vorlesung: Do. um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201.

Übungen: Die Tutorien beginnen in der zweiten Vorlesungswoche. Die Tutorieneinteilung, Klausurpunkteverteilung und Scheinvergabe erfolgt über das Mosessystem. Der Anmeldezeitraum geht bis Mittwoch, den 18. April 2018 18:00. Benötigt wird ein tubIT-Account. Bei Bedarf findet eine große Übung am Fr. von 14-16 Uhr im Raum C130 statt, halten Sie sich den Termin bitte frei. Genaueres auf unserer Webseite.
Die Übungsblätter werden in der Vorlesung am Donnerstag ausgegeben. Wir erwarten, dass jeder Studierende sich mit den Übungsaufgaben beschäftigt und mit der Bearbeitung VOR seinem Tutorium in der darauffolgenden Woche begonnen und erste Lösungsideen entwickelt hat.
Die Tutorien werden sowohl zur angeleiteten Lösung der Übungsaufgaben (eine Woche nach Ausgabe der Aufgaben), als auch zur angeleiteten Selbstkontrolle der Aufgaben (zwei Wochen nach Ausgabe der Übungsaufgaben) genutzt. Darüber hinaus wird, eine selbstständige Bearbeitung der Aufgaben der Studierenden überwiegend außerhalb der Tutorien erwartet.
Die Übungsaufgaben dienen vorrangig der Vertiefung des Stoffes und insbesondere auch zur Vorbereitung der Klausur.

Klausur- und Scheinkriterien:

Die Klausur findet am Donnerstag, den 12.07.2018, in den Räumen MA 004, MA 005, EW 201 (genaue Verteilung der Studierenden wird noch bekannt gegeben) von 8:00-10:00 Uhr s.t. statt.
Für die Klausur ist eine Anmeldung erforderlich, diese erfolgt vom 4.- 29.6.18 (Ausschlussfrist) bei dem Tutor oder Assistenten im Tutorium oder Sprechstunde in dessen Tutorium der Studierende eingeteilt ist. Anmeldungen per Email werden nicht entgegengenommen.
Scheinkriterium ist die bestandene Klausur bzw. Nachklausur. Genaure Informationen finden Sie auf unserer Webseite http://www.itp.tu-berlin.de/?193612 .

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Siegfried Großmann: Mathematischer Einführungskurs für die Physik
- Hermann Schulz: Physik mit Bleistift - Das analytische Handwerkszeug der Naturwissenschaftler
- May-Britt Kallenrode: Rechenmethoden der Physik - Mathematischer Begleiter zur Experimentalphysik