

## **Gliederung SoSe 18**

### **1. Einführung**

**1.1** Statistische Beschreibung von SO-Prozessen

**1.2** Zustand physikalischer Systeme

**1.3** Grundaufgabe der Statistischen Physik. Aktuelle Fragestellungen.

**2. Statistische Physik im TDG (Gas im Kontakt mit einem Wärmebad, kanonische Verteilung).**

**2.1** Kanonische Verteilung

**2.2** Zustandssumme, innere Energie, Entropie, freie Energie (als thermodynamisches Potenzial), statistische Begründung der Gibbs'schen Fundamentalgleichung.

**2.3** "klassische" Statistische Physik im  $\Gamma$ -Raum, Zustandsintegral mit "quantenmechanischen Korrekturen". Gibbs'sches Paradoxon

Beispiele: harmonischer Oszillator, ideales Gas, ideales Gas aus Teilchen mit konstantem magnetischen Moment in einem zeitunabhängigen konstanten homogenen Magnetfeld.

**2.4** Shannon-Entropie einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, Eigenschaften,

**2.5** Kanonische Verteilung aus Maximierung der statistischen Entropie für normierte Verteilungen mit konstantem Erwartungswert der Energie.

**2.6** Energiefluktuationen im TDG

### **3. Einführung in die Theorie nichtlinearer stochastischer Prozesse (Stochastik)**

**3.1** Stochastische Prozesse/Felder. Quellen von Fluktuationen. Wann Berücksichtigung von Fluktuationen bei der Modellierung unverzichtbar ist.

**3.2** Brownsche Bewegung suspendierter Teilchen in ruhenden Flüssigkeiten: Einstein vs. Langevin.

**3.3** Markov-Prozesse, Chapman-Kolmogorov-Gleichung, Mastergleichung

**3.4** Ableitung der Fokker-Planck-Kolmogorov- aus einer Langevin-Gleichung

**3.5** K-Theorem

**3.6** Lösungen der Fokker-Planck-Kolmogorov-Gleichung

## 4. Elemente der Bifurkationstheorie stochastischer dynamischer Systeme

- 4.1 Bifurkationen in deterministischen dynamischen Systemen (Wdhlg.), ohne Skript
- 4.2 Bifurkationen in stochastischen dynamischen Systemen
- 4.3 Eindimensionale stochastische dynamische Systeme mit multiplikativem Rauschen
- 4.4 Verhulst-Modell der Populationsdynamik mit fluktuierender Geburts-Sterberate
- 4.5 Gen-Selektion in fluktuierender Umgebung

## 5. Übergangsraten (*Escape from a metastable state*)

- 5.1 Gleichung für die mittlere Übergangszeit eines Markov-Prozesses
- 5.2 Fluktuationsinduzierte Überwindung einer Potenzialbarriere  $\Delta U$
- 5.3 Lösung der Fokker-Planck-Kolmogorov Gleichung durch Entwicklung nach Eigenfunktionen. Äquivalente Schrödinger-Gleichung

**6. Kohärenzresonanz** | Arkadi Pikovski, Jürgen Kurths, *Coherence Resonance in a Noise-Driven Excitable System*, Physical Review Letters **78**, 755 (1997); Benjamin Lindner, Lutz Schimansky-Geier, *Analytical approach to the stochastic FitzHugh-Nagumo system and coherence resonance*, Physical Review E **60**, 7270 (1999)

## 7. Stochastische Resonanz (vgl. Projekt)

**7.1** Bistabiles Klimamodell | R. Renzi, S. Suter, A. Vulpiani, J. Phys. A **14**, 453 (1981)

**7.2** Zwei-Zustands-Modell (überdämpfte Brown'sche Bewegung im Doppelmuldenpotenzial) | vgl. L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, F. Marchesoni, *Stochastic resonance*, Reviews of Modern Physics **70**, 223 (1998).

~~**8./9. Brown'sche Motoren** (entfällt, da das entsprechende Projekt nicht ausgewählt wurde)~~

## 10. Brownsche Bewegung dissipativ-nichtlinearer Oszillatoren - Selbsterregte Schwingungen in Gegenwart von Rauschen.

**10.1** Ausgangssituation (Motivation S-Theorem  $\rightarrow$  Projekt). Rauschquellen am Beispiel der Meißner'schen Rückkopplungsschaltung-Schaltung

**10.2** Selbsterregte Schwingungen. Deterministisches Bild.

**10.3** Selbsterregte Schwingungen. Stochastisches Bild.

## 10.4 Rauschinduzierte Oszillationen.

**11. Diffusiv gekoppelte selbsterregte Oszillatoren. Die komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung (CGLE)** | vgl. Igor Aranson, Lorenz Kramer, *The World of the CGLE*, Reviews of Modern Physics **74**, 99 (2002).

### 11.1 Oszillatorische aktive Medien

**11.2** Weiche Anfachung von Oszillationen (superkritische Hopf-Bifurkation) in einem n-komponentigen Reaktions-Diffusionssystem.

- ohne räumliche Kopplung: Eichinvarianz führt auf Ginzburg-Landau-Gleichung mit zwei unbestimmten Koeffizienten,  $c_1$  und  $c_2$

- darauf aufbauend Berücksichtigung langwelliger instabiler Moden im räumlich ausgedehnten System. Ergebnis: Komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung (CGLE).

- Symmetrien der CGLE

**11.3** ausgewählte Lösungen der CGLE ( $\rightarrow$  coherent structure solutions that in 1D can be written in the form  $A(x,t) = a(x-ct) \exp[i\phi(x-ct) - i\omega t]$ )

**A) 1D ebene Wellen:** Amplitude ( $q$ ), Frequenz, Phasen- und Gruppengeschwindigkeit.

Lineare Stabilitätsanalyse, Dispersionsrelation ausgewertet für (i) Störungen mit kleiner Amplitude,  $|q| \sim 1$ , (ii) homogene Oszillationen und (iii) langwellige Störungen ( $k \rightarrow 0$ ) bei beliebigen  $q$ . Benjamin-Feir-Newell Instabilität, Eckhaus-Instabilität.

Nichtlineare Phasengleichung aus CGLE, über Cole-Hopf-Transformation daraus lineare Diffusionsgleichung mit Phasendiffusionskoeffizient  $1+c_1c_2$ . Nichtlineare Phasengleichung mit Frequenzdefekt weggelassen.

**B) rotierende Erregungswellen**

**C) scroll waves**

**11.4** Thermodynamisches Potential für räumlich ausgedehnte Nichtgleichgewichtssysteme mit superkritischer Hopf-Bifurkation (keine Gradientendynamik bzw. Variationsproblem) | vgl. Robert Graham/Tamasz Tel, *Steady-state ensemble for the CGLE with weak noise*, Physical Review A **42**, 4661 (1990).

## 12. S-Theorem