

Prof. Dr. Kathy Lüdge
Alexander Kraft, Leon Merfort, Dr. S. Mohsen J. Khadem

4. Übungsblatt – Theoretische Physik IV: Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Mi. 23.05.2018 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Aufgabe 9 (2+2=4 Punkte): Legendre-Transformation

Für konkave (oder auch konvexe) Funktionen $f(x)$ kann man die Legendre-Transformierte

$$f^*(u) = f(x(u)) - x(u) \cdot u \quad \text{mit} \quad x(u) \quad \text{aus} \quad df = u \cdot dx$$

definieren. (Siehe Vorlesung)

(a) Zeige Sie, dass $df^* = -x \cdot du$ und $f^{**} = f$ gilt.

(b) Berechnen Sie explizit die Legendre-Transformierte $f^*(u)$ und deren Rücktransformierte $f^{**}(x)$ (falls sie existiert) der folgenden Funktionen:

- $f_1(x) = \beta(x - \gamma)^2$
- $f_2(x) = x^\alpha / \alpha$

Aufgabe 10 (3+2+3=8 Punkte): Großkanonisches ideales Gas

Gegeben sei ein monoatomares ideales Gas in einem Volumen V , bei dem die Wechselwirkungen der Atome untereinander vernachlässigt werden können. Die Anzahl N der Teilchen variiert durch Austausch mit der Umgebung.

(a) Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme

$$\Xi = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{h^{3N} N!} \int_{R^{6N}} e^{-\beta(H(\xi_N) - \mu N)} d\xi_N \quad \text{wobei} \quad H(\xi_N) = \sum_{i=1}^{3N} \frac{p_i^2}{2m}$$

(b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $\varrho(\xi_N)$ im Phasenraum an.

(c) Berechnen Sie die innere Energie U (mittlere Energie der Teilchen) und die mittlere Teilchenzahl $\bar{N} = \langle N \rangle$. Wie kann Aufgabe 9 bei der Berechnung der Mittelwerte helfen?

Aufgabe 11 (2+4+2=8 Punkte): Fermigas

Betrachten Sie ein Fermigas in einem Volumen V , das aus nichtrelativistischen Fermionen mit dem Spin $1/2$ und der Masse m besteht. Die Einteilchenzustände sind durch die Energie ϵ und die Spinprojektion s_z festgelegt.

(a) Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme $\Xi = (T, V, \mu)$.

(b) Berechnen Sie die mittlere Besetzungszahl \bar{n}_p und dadurch die thermodynamische Energie E und Teilchenzahl N .

Hinweis: Vergleichen Sie die Ableitung von $\ln \Xi$ mit \bar{n}_p .

(c) Für ein ideales Fermigas ($\epsilon_p = \frac{p^2}{2m}$) berechnen Sie den Fermienergie ϵ_F und Fermiimpuls ϵ_F aus der Bedingung, dass in den Zuständen $|\mathbf{p}| \leq p_F$ gerade N Teilchen Platz haben.

Hinweis: Den Wert von μ bei $T = 0$ ist als Fermienergie bezeichnet.

4. Übung TPIV SS 18

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Kathy Lüdge	Do, 14:00-15:00	EW 741
Alexander Kraft	Mi, 15:00-16:00	EW 269
Leon Merfort	Mo, 13:00-14:00	ER 240
Dr. S. Mohsen J. Khadem	Fr, 15:00-16:00	EW 267