Prof. Dr. Kathy Lüdge
Alexander Kraft, Leon Merfort, Dr. S. Mohsen J. Khadem

8. Übungsblatt – Theoretische Physik IV: Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Mi. 20.06.2018 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Aufgabe 19 (0.5+1+5.5+1=8 Punkte): *Realer Carnot-Prozess*

Für technische Anwendung von Wärmekraftmaschinen ist die Maximierung der abgegebenen Leistung von besonderem Interesse (die abgegebene Leistung des idealen Carnot-Prozesses ist identisch Null!). Damit die Prozesse in endlicher Zeit ablaufen können, ist es erforderlich, dass bei Kontakt zwischen dem Arbeitsmedium und einem Reservoir eine endliche Temperaturdifferenz besteht. Die isothermen Prozesse eines 'realen' Carnot-Prozesses, der an die zwei Reservoire mit $T_1 > T_2$ angekoppelt ist, werden folgendermaßen beschrieben: Das Arbeitsmedium hat bei der isothermen Expansion die konstante Temperatur $T_1' < T_1$ und für die pro Zeit abgegebene Wärmemenge wird folgender Ansatz gemacht: $dQ_1/dt = k_1 F_1(T_1 - T_1')$, wobei F_1 die Größe der Kontaktflächen und k_1 eine materialabhängige Konstante ist. Analoges gilt für die isotherme Kompression: $T_1' > T_2' > T_2$, $dQ_2/dt = k_2 F_2(T_2 - T_2')$. Im folgenden sei $k_2 F_2 = k_1 F_1 = K$. Weiter wird angenommen, dass beide isothermen Prozesse die Zeit Δt_{iso} benötigen und die adiabatischen Prozesse die Zeit Δt_a. Außerdem sei $\Delta t_a \propto \Delta t_{iso}$.

(a) Skizzieren Sie zunächst den Prozessablauf des 'realen' Carnot-Prozesses im p-V-Diagramm.

(b) Wie lautet der Wirkungsgrad $\eta_C'(T_1', T_2')$ und welche Arbeit ΔW wird während eines Zyklus verrichtet?

(c) Bei welchen Temperaturen T_1', T_2' wird die abgegebene Leistung P maximal und welchen thermischen Wirkungsgrad η_C' hat dieser 'reale' Carnot-Prozess? Geben Sie für den Fall maximaler Leistung η_C' explizit in Abhängigkeit von T_1 und T_2 an.
Hinweis: Finden Sie zwei Darstellungsmöglichkeiten für die geleistete Arbeit ΔW eines Zyklus, sodass Sie eine Gleichung erhalten, die die Temperaturen T_1, T_2, T_1' und T_2' miteinander verknüpft. Dadurch hängt die Leistung P effektiv nur noch von einer der beiden Temperaturen T_1' bzw. T_2' ab.

(d) Das "West Thurrock Kohlekraftwerk" (GB) arbeitet zwischen den Temperaturen $T_1 = 565°C$ und $T_2 = 25°C$. Gemessen wird ein Wirkungsgrad $\eta = 36\%$. Berechnen Sie η_C und η_C' und nehmen Sie Stellung zu den Resultaten.

Aufgabe 20 (5+2=7 Punkte): *Entropieänderung bei Wärmeaustausch*

Gegeben seien ein kaltes und ein warmes System mit den jeweiligen Gleichgewichtstemperaturen $T_{1,\text{eq}}$ und $T_{2,\text{eq}}$. Beide werden unter konstant gehaltenem Druck in thermischen Kontakt gebracht. Das Gesamtsystem sei adiabatisch isoliert und die Wärmekapazitäten $C_{p,1} = T_1 \left(\frac{\partial S_1}{\partial T_1}\right)_p$ und $C_{p,2} = T_2 \left(\frac{\partial S_2}{\partial T_2}\right)_p$ seien in guter Näherung unabhängig von der Temperatur. T_1 und T_2 sind hierbei die (möglichen) Temperaturen der Einzelsysteme bei thermischem Kontakt. Im Gleichgewicht gilt $T_1 = T_2 = T_{\text{eq}}$ mit der Gleichgewichtstemperatur T_{eq}.

(a) Berechnen Sie die Entropiezunahme $\Delta S_{\text{ges}}(T_1)$ des gesamten Systems als Funktion der Temperatur des ersten Systems T_1 und die Gleichgewichtstemperatur T_{eq} des kombinierten Systems.
Hinweis: Durch die adiabatische Isolation ($\Delta Q_{\text{ges}} = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 = 0$) ergibt sich ein Zusammenhang zwischen T_1 und T_2, sodass sich ΔS_{ges} ohne T_2 darstellen lässt.

(b) Skizzieren Sie die Funktion $\Delta S_{\mathrm{ges}}(T_1)$ für den Fall $C_{p,1} = C_{p,2}$ und $T_{2,\mathrm{eq}} = 2\,T_{1,\mathrm{eq}}$. Überprüfen Sie, ob die Entropie bei der Gleichgewichtstemperatur maximal wird.

Aufgabe 21 (2+1+0.5+0.5+1=5 Punkte): *Wärmekapazitäten*

Um den Umgang mit den verallgemeinerten Suszeptibilitäten, hier speziell die Wärmekapazitäten C_p und C_V, zu üben, sollen im Folgenden einige Relationen gezeigt werden. Die Teilchenzahl N sei konstant. κ_T ist die isotherme Kompressibilität $\kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$ und α der Ausdehnungskoeffizient $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$.

(a) $C_p - C_V = \frac{TV\alpha^2}{\kappa_T}$.

(b) $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$.

(c) $dS(T,V) = \frac{C_V}{T}dT + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dV$.

(d) $dS(T,p) = \frac{C_p}{T}dT - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dp$.

(e) $dU(T,V) = C_V dT + \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p\right] dV$.

Hinweis: Verwenden Sie die Maxwell-Relationen.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
  Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
`Prof. Dr. Kathy Lüdge`	Do, 14:00-15:00	EW 741
`Alexander Kraft`	Mi, 15:00-16:00	EW 269
`Leon Merfort`	Mo, 13:00-14:00	ER 240
`Dr. S. Mohsen J. Khadem`	Fr, 15:00-16:00	EW 267