

Prof. Dr. Sabine Klapp
Dr. Mohsen Khadem

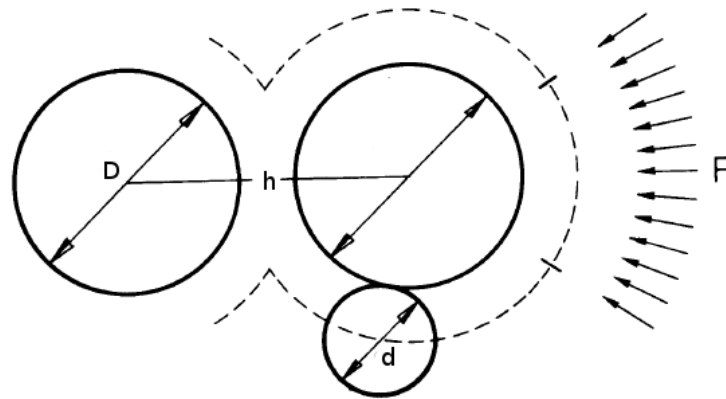
2. Übungsblatt – Theoretische Physik VI: Kolloidsysteme

Abgabe: Di. 30.04.2019 In der Vorlesung.

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es die Punkte. Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 4 (10 Punkte): Entropische Kraft

Betrachten Sie zwei sphärische, harte Teilchen (mit Durchmesser D) in einem Lösungsmittel bestehend aus N sphärischen, unelastischen Makromolekülen (mit Durchmesser d). Wie in der Vorlesung gezeigt wurde, kann zwischen den (nicht-wechselwirkenden) Teilchen eine effektive Wechselwirkung entstehen, falls $h < D + d$ gilt. Berechnen Sie die Kraft $\mathbf{F}(h)$ in Richtung des Verbindungsvektors zwischen beiden Teilchenmittelpunkten als Funktion des Abstandes h .



Bearbeiten Sie dazu folgende Schritte:

- (i) Berechnen Sie das Volumen der sog. „Verarmungszone“ (siehe Vorlesungsmitschrift).
- (ii) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme Z_K und die dazugehörige Freie Energie

$$\mathcal{F} = -k_B T \ln Z_K.$$

Hinweis: Z_K lässt sich hier näherungsweise (ideales Gas) berechnen aus dem Volumen V_A , das den kleinen Lösungsmittelmolekülen zugänglich ist:

$$Z_K = \frac{V_A^N}{N! \Lambda^{3N}}.$$

- (iii) Verwenden Sie die Stirlingapproximation für die Freie Energie und berechnen Sie die gesuchte Kraft mittels

$$|\mathbf{F}|(h) = - \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial h} \right)_T.$$

Bitte Rückseite beachten! →

2. Übung TP VI SS19

Aufgabe 5 (10 Punkte): Debye-Hückel-Theorie

Die ladungsinduzierte Wechselwirkung zwischen zwei geladenen Kolloiden (Ladung Qe_0) im Bad aus Lösungsmitteltelchen (Ladung $1 e_0$) ist gegeben durch $V(\vec{r}) = Qe_0 \cdot \psi(\vec{r})$. Dabei bezeichnet $\psi(\vec{r})$ das elektrostatische Potential, welches durch ein anderes geladenes Kolloid erzeugt wird im Bad der entgegengesetzt geladenen Lösungsmitteltelchen. Aus der Elektrodynamik ist bekannt, dass

$$(1) \quad \Delta\psi(\vec{r}) = -\frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon\epsilon_0},$$

mit der Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$.

- a) Machen Sie den folgenden Ansatz für die Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{\text{Spezies } \alpha} q_\alpha e_0 \tilde{\rho}_\alpha e^{-\frac{W_\alpha(\vec{r})}{k_B T}}$$

$$W_\alpha(\vec{r}) = q_\alpha e_0 \psi(\vec{r})$$

und entwickeln Sie die Exponentialfunktion bis zur 1. Ordnung in ψ . Unter welchen Bedingungen ist dies möglich und was bedeutet dies physikalisch?

- b) Bringen Sie die resultierende Gleichung auf die folgende Form und identifizieren Sie χ :

$$\Delta\psi = \chi^2\psi$$

- c) Aufgrund der Rotationsinvarianz des Laplace-Operators ist obige Gleichung als ganzes rotationsinvariant und die Lösung hängt nur von $r = |\vec{r}|$ ab. Drücken sie den Laplace-Operator in Kugelkoordinaten aus und zeigen Sie, dass folgendes eine Lösung ist:

$$\psi = A \frac{e^{-\chi r}}{r} + B \frac{e^{+\chi r}}{r}$$

Eliminieren Sie eine der Integrationskonstanten durch die Bedingung $\psi(r \rightarrow \infty) = 0$.

- d) Zeigen Sie, dass für ausgedehnte Teilchen der Größe R die Integrationskonstante sich ergibt als:

$$A = \frac{Qe_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{e^{\chi R}}{(1 + \chi R)}$$

Hinweis: Betrachten Sie dazu den Fluss des elektrischen Feldes durch eine Kugelschale der Kugel mit Radius R und nutzen Sie den Gaußschen Integralsatz.

- e) Betrachten Sie punktförmige Teilchen ($R=0$) und bestimmen Sie die Länge, nach der das Potential im Vergleich zum Coulomb-Potential auf ein $\frac{1}{e}$ -tel abgefallen ist. Deuten und diskutieren Sie die Grenzfälle $\chi \rightarrow 0$ und $\chi \rightarrow \infty$.

Prof. Dr. Sabine Klapp
Dr. Mohsen Khadem

Vorlesung:	Dienstag 08:15 Uhr – 09:45 Uhr im EW 203 Donnerstag 08:15 Uhr – 09:45 Uhr im EW 203
Tutorium:	Mittwoch 12:00 Uhr – 14:00 Uhr EW731
Scheinkriterien:	Mindestens 50% der Übungspunkte Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium Bearbeitung und Vorstellung eines Projekts