

Prof. Dr. Sabine Klapp  
Dr. Mohsen Khadem

## 6. Übungsblatt – Theoretische Physik VI: Kolloidsysteme

**Abgabe: Di. 28.05.2019 In der Vorlesung.**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es die Punkte. Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

**Aufgabe 14 (10 Punkte): Herleitung der Ornstein-Zernike-Gleichung**

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass das Dichtefunktional im Gleichgewicht  $\Omega[\rho_0]$  die Erzeugende von Dichtekorrelationen  $G$  ist. Andererseits ist der Wechselwirkungsanteil des Funktionals der freien Energie  $F^{ww}[\rho]$  die Erzeugende von direkten Korrelationsfunktionen  $c$ .

- (i) Folgen Sie den Schritten wie in der Vorlesung und leiten Sie die Ornstein-Zernike-Gleichung her:

$$h(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - c^{(2)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|_{\rho_0} = \int d\mathbf{r}_3 \rho_0(\mathbf{r}_3) h(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3) c^{(2)}(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_2)|_{\rho_0}$$

Dabei sei  $h(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  die totale Korrelationsfunktion, die durch  $G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \rho_0(\mathbf{r}_1)\rho_0(\mathbf{r}_2)h(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \rho_0(\mathbf{r}_1)\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$  in Verbindung gesetzt werden kann.

- (ii) In einem homogenen System kann eine beliebige Funktion  $K(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  nur effektiv von der Relativposition  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  beider Orte  $\mathbf{r}_1$  und  $\mathbf{r}_2$  abhängen, da Translationsinvarianz gilt. Nutzen Sie die Konsequenz der Translationsinvarianz für  $h(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  und  $c^{(2)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  und zeigen Sie, dass die Ornstein-Zernike-Gleichung im Fourierraum lautet

$$\tilde{h}(\mathbf{k}) - \tilde{c}^{(2)}(\mathbf{k}) = \rho_0 \tilde{h}(\mathbf{k}) \tilde{c}^{(2)}(\mathbf{k})$$

- (iii) Argumentieren Sie, warum in einem isotropen System die Abhängigkeit von Vektor  $\mathbf{k}$  durch die Abhängigkeit von der Wellenzahl  $k = |\mathbf{k}|$  ersetzt werden kann.

**Aufgabe 15 (10 Punkte): Maxwell-Konstruktion für die Freie Energie**

Die Maxwell-Konstruktion wird u.a. verwendet, um die koexistierenden Gas-/Flüssigphasen für den Phasenübergang 1. Ordnung eines realen Fluids zu finden. In homogenen Systemen geht man oft von der spezifischen Freien Energie  $f \equiv F/N$  als Funktion von  $\nu \equiv V/N$  aus. Die koexistierenden Phasen lassen sich dann z.B. im  $P$ - $V$ -Diagramm mit Hilfe der sog. Doppel-Tangenten-Konstruktion bestimmen. Zeigen Sie, ausgehend von den Gleichgewichtsbedingungen für die Zweiphasen-Koexistenz, dass für die spezifischen Koexistenz-Volumina  $v_g$  und  $v_f$  die Ableitungen von  $f$  nach  $v_g, v_f$  gleich sind und dass die Punkte  $(v_g, f(v_g))$  und  $(v_f, f(v_f))$  auf der selben Tangente an  $f$  liegen.

<b>Vorlesung:</b>	Dienstag 08:15 Uhr – 09:45 Uhr im EW 203 Donnerstag 08:15 Uhr – 09:45 Uhr im EW 203
<b>Tutorium:</b>	Mittwoch 12:00 Uhr – 14:00 Uhr EW731
<b>Scheinkriterien:</b>	Mindestens 50% der Übungspunkte Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium Bearbeitung und Vorstellung eines Projekts