

Prof. Dr. Holger Stark, Arne Zantop, Josua Grawitter
Isaac Tesfaye, Jonah Friederich, Lasse Ermoneit, Philip Knospe

4. Übungsblatt – Mathematische Methoden der Physik

Termine: **S** Abgabe bis **Mittwoch, 15.05.2019, 18 Uhr im Briefkasten am ER-Eingang**
M Vorrechnen in den Tutorien **06.04. – 10.05.2019**

M **Aufgabe 12 (2 Punkte): Drehmatrix (mündlich)**

Gegeben sei die Matrix

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

- (a) Welche Drehung wird durch die Matrix \underline{A} vermittelt? Wie lauten die Vektoren $\underline{a} = 1\underline{e}_1 + 2\underline{e}_2 + 1\underline{e}_3$, $\underline{b} = 3\underline{e}_1 + 5\underline{e}_2 - 4\underline{e}_3$ nach einer Drehung?
- (b) Zeichnen Sie die Vektoren vor und nach der Drehung. Wie lautet das Skalarprodukt $\underline{a} \cdot \underline{b}$ vor und nach der Drehung?

M **Aufgabe 13 (2 Punkte): Eulerwinkel (mündlich)**

Eine allgemeine Drehung in drei Dimensionen kann durch drei Eulerwinkel beschrieben werden (siehe Vorlesung).

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine Drehmatrix $\underline{D}(\varphi, \vartheta, \psi)$ der Drehung um die Eulerwinkel.
- (b) Geben Sie die Drehmatrix für eine beliebige Drehung um die Achse $\frac{1}{\sqrt{2}}(\underline{e}_1 + \underline{e}_3)$ an.

Hinweis: Nutzen Sie auch die Visualisierung in den "Materialien" auf der Website, um ihr Verständnis zu entwickeln.

S **Aufgabe 14 (20 Punkte): Legendre-Polynome (schriftlich)**

Wir betrachten die Menge $\mathcal{P}^n[-1, 1]$ der Polynome bis zum Grad n auf dem Intervall $[-1, 1]$ und definieren als Skalarprodukt

$$\langle p, q \rangle := \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- (a) Überprüfen Sie, ob die Basis $\{1, x, x^2, x^3\}$ mit der obigen Definition des Skalarprodukts orthogonal ist. Falls nicht, überführen Sie diese Funktionen mit Hilfe des Gram-Schmidtschen Orthogonalisierungsverfahren in ein Orthogonalsystem.

Hinweis: Gram-Schmidtsches Orthogonalisierungsverfahren für eine Basis v_1, \dots, v_n :

$$u_1 = v_1,$$
$$u_k = v_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\langle v_k, u_i \rangle}{\langle u_i, u_i \rangle} u_i.$$

Beginnen Sie mit $u_1 = 1$.

Bitte Rückseite beachten! →

4. Übung MMP SoSe19

- (b) Die in (a) berechneten Polynome sind proportional zu den Legendre-Polynomen, nach denen sich Funktionen im Intervall $[-1, 1]$ entwickeln lassen. Sie lassen sich durch folgende einfache Formel darstellen:

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} [(x^2 - 1)^l].$$

Berechnen Sie die ersten vier Polynome mit dieser Gleichung und vergleichen Sie das Resultat mit dem Ergebnis aus (a). Zeigen Sie allgemein, daß P_l und $P_{l'}$ für $l \neq l'$ orthogonal sind.

- (c) Die Legendre-Polynome erfüllen die Orthogonalitätsbedingung

$$\langle P_l, P_{l'} \rangle = \frac{2}{2l + 1} \delta_{ll'}.$$

Bestätigen Sie das für $l = l'$.

- (d) Zeichnen Sie die Polynome bis zum Grad 3 in ein Diagramm.

Sprechzeiten:	Prof. Dr. Holger Stark	Fr	11:30 – 12:30 Uhr	EW 709
	Jonah Friederich	Mo	13:00 – 14:00 Uhr	EW 060
	Arne Zantop	Mo	16:00 – 17:00 Uhr	EW 701
	Josua Grawitter	Mo	16:00 – 17:00 Uhr	EW 701
	Isaac Tesfaye	Mi	15:00 – 16:00 Uhr	EW 060
	Philip Knospe	Fr	13:00 – 14:00 Uhr	EW 060
	Lasse Ermoneit	Fr	15:00 – 16:00 Uhr	EW 060

Vorlesung: • Donnerstag 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201

Webseite: • Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter <https://www.tu-berlin.de/?203636>

Klausurkriterien: • Anmeldung bis 28.06.2019 unter <https://tuport.sap.tu-berlin.de/> (Anleitung unter <http://pilot.sap.tu-berlin.de/#Materialien>)
• mindestens 50 % der schriftlichen Übungspunkte **S**
• mindestens 50 % der mündlichen Übungspunkte **M**

Klausur: • Freitag, den 05.07.2019, von 08:00 – 10:00 Uhr in H 1005

Nachklausur: • Freitag, den 12.07.2019, von 08:00 – 10:00 Uhr in EB 301
• Teilnahme nur durch Qualifikation in der Klausur oder Prüfungsunfähigkeit am Klausurtermin

Scheinkriterium: • bestandene Klausur

Bemerkung: Die Übungsaufgaben werden nur als dokumentenechte, handschriftliche, gut lesbare Originale akzeptiert. Wir akzeptieren weder Kopien noch elektronische Abgaben. Aufgaben bitte in Gruppen von drei Personen einreichen.