

Prof. Dr. Kathy Lüdge
 Dr. Alexander Carmele

10. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

Abgabe: Mo. 01.07.2019 zum Vorlesungsbeginn

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 14 (10 Punkte): Quantisiertes Lichtfeld I: Photonenzustatik

(1.) Berechnen Sie die Kohärenz $\langle \vec{E} \rangle$ und die Varianz $(\Delta \vec{E})^2 = \langle \vec{E}^2 \rangle - \langle \vec{E} \rangle^2$ des einmodigen elektromagnetischen Feldes $\vec{E} = i\mathcal{E}_0(\xi(\vec{r})c(t) - \xi^*(\vec{r})c^\dagger(t))$, (mit $\xi(r) = \frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$) jeweils für Licht im:

1. Fock-Zustand $|n_0\rangle = \sum_n c_n |n\rangle$, wobei $\rho_n = |c_n|^2 = \delta_{nn_0}$,
2. kohärenten Zustand $|\alpha\rangle = \sum_n c_n |n\rangle$, wobei $c_n = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}$,
3. thermischen Zustand $\rho = (1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}}) e^{-\frac{\hbar\omega c^\dagger c}{k_B T}}$.

Zeigen Sie auch, dass die Zustände normiert sind $\text{Tr}[\rho] = 1, \langle \alpha | \alpha \rangle = 1$.

(2.) Wiederholen Sie dieselbe Rechnung für die Photonzahl $n = c^\dagger c$ und die Varianz der Photonzahl $(\Delta n)^2 = \langle (c^\dagger c)^2 \rangle - \langle c^\dagger c \rangle^2$. Diskutieren Sie die Ergebnisse in den Spezialfällen hoher und verschwindender Intensität des jeweiligen Lichtfeldes.

Aufgabe 15 (10 Punkte): Quantisiertes Lichtfeld II: Vertauschungsrelationen

Das quantisierte elektrische und magnetische Feld sind gegeben als:

$$(1) \quad \vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}, \lambda} \hat{\epsilon}_{\lambda, \vec{k}} A_{\vec{k}} c_{\vec{k}, \lambda} e^{-i\omega_k t + i\vec{k}\cdot\vec{r}} - h.c.,$$

$$(2) \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}, \lambda} \frac{\vec{k} \times \hat{\epsilon}_{\lambda, \vec{k}}}{\mu_0 \omega_k} A_{\vec{k}} c_{\vec{k}, \lambda} e^{-i\omega_k t + i\vec{k}\cdot\vec{r}} - h.c.$$

hierbei ist $\hat{\epsilon}_{\lambda, \vec{k}}$ der Vektor für die Polarisationsrichtung, $\lambda \in 1, 2$ indiziert jeweils die beiden Polarisationsrichtungen für die transversalen Felder und $A_{\vec{k}} = i\sqrt{\frac{\hbar\omega_k}{2\epsilon_0 V}}$. Die Photonoperatoren erfüllen bosonischen Vertauschungsrelationen:

$$(3) \quad [c_{\vec{k}, \lambda}, c_{\vec{k}', \lambda'}] = [c_{\vec{k}, \lambda}^\dagger, c_{\vec{k}', \lambda'}^\dagger] = 0, \quad [c_{\vec{k}, \lambda}, c_{\vec{k}', \lambda'}^\dagger] = \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{\lambda\lambda'}$$

Berechnen Sie ausgehen von Gleichungen (1)-(3) die Vertauschungsrelationen zwischen dem Elektrischen- $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und dem Magnetfeld $\vec{H}(\vec{r}, t)$:

1. Für parallele Komponenten der Felder $[E_i(\vec{r}, t), H_j(\vec{r}', t)] = 0$. Wählen Sie ein Koordinatensystem, in welchem mindestens eine Wellenvektorkomponente $k_i = 0$ verschwindet.
2. Für senkrechte Komponenten der Felder $[E_i(\vec{r}, t), H_j(\vec{r}', t)] = -i\hbar c^2 \frac{\partial}{\partial m} \delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}')$, wobei i, j, m zyklische Permutationen der kartesischen Koordinaten.

10. Übung TFP SS19

- Vorlesung:**
- Montags 10–12 Uhr im EW 202
 - Mittwochs 10–12 Uhr im EW 202

- Übungen:**
- Mi 16–18 Uhr im EW 229

- Scheinkriterien:**
- Mindestens 60% der Übungspunkte
 - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Übungen

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Ashcroft, Mermin, *Festkörperphysik* (Oldenbourg)
- Kittel, *Quantentheorie der Festkörper* (Oldenbourg)
- Czycholl, *Theoretische Festkörperphysik* (Springer)
- Ibach, Lüth, *Festkörperphysik* (Springer)
- Jäger, Valenta, *Festkörpertheorie* (Wiley)
- U. Rössler, *Solid State Theory* (Springer)
- Haug, Koch, *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors* (World Scientific)
- Haken, *Quantenfeldtheorie des Festkörpers* (Teubner)
- Scherz, *Quantenmechanik* (Teubner)

Sprechzeiten:	Name	Tag	Zeit	Raum
	Prof. Dr. K. Lüdge	Mi	13-14 Uhr	EW 741
	Dr. A. Carmele	Di	11-12 Uhr	EW 704

Hinweise:

Die Übungsblätter werden in der Regel am Montag in der Vorlesung ausgegeben. Die Abgabe erfolgt dann 14 Tage später Montags zu Vorlesungsbeginn.